ليلة الامتحان استاتيكا
وحدة اولى
وحدة ثانية
Originals
ViewSonic

تراكميات

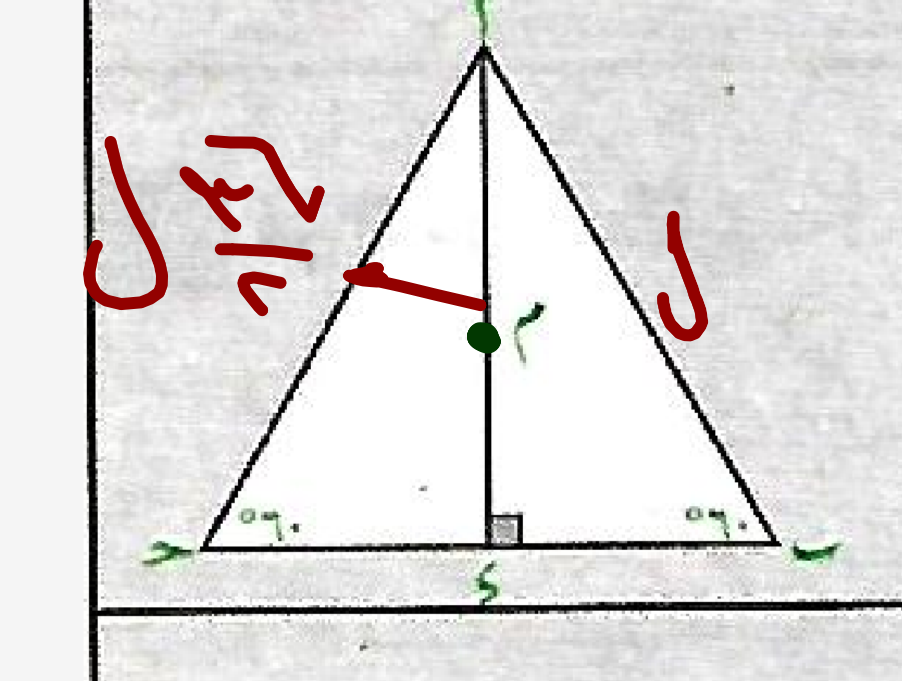
تذكر أن

١ في △ أ ب حـ القائم الزاوية في ب ، $\overline{ب ء} \perp \overline{أ حـ}$ ، ق($\hat{حـ}$) = هـ

- أ ب = أ حـ × حا هـ ، ب حـ = أ حـ × حتا هـ
- ب ء = $\frac{أ ب \times ب حـ}{أ حـ}$

$\frac{س \times ص}{ع}$

٢ في △ أ ب حـ المتساوي الأضلاع الذي طول ضلعه (ل)

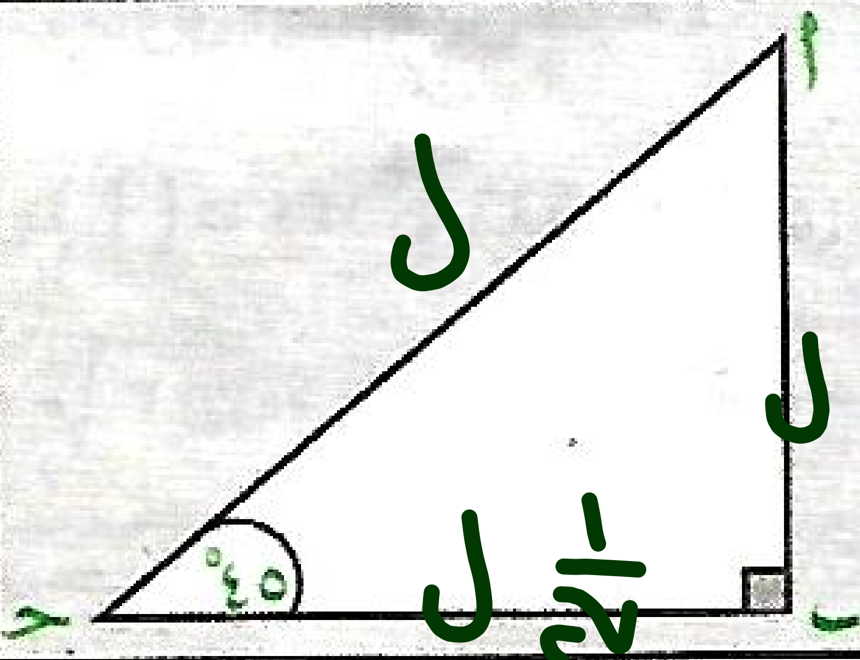


- أ ء = ل حا ٦٠° ، م ء = $\frac{١}{٣}$ ل حا ٦٠°
- أ م = $\frac{٢}{٣}$ ل حا ٦٠°

حيث (م) نقطة تلاقي متوسطات المثلث.

٣ في △ أ ب حـ القائم الزاوية في (ب) ، ق($\hat{حـ}$) = ٣٠° فإن:

- أ ب = $\frac{١}{٢}$ أ حـ ،
- ب حـ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ أ حـ



٤ فى △ أ ب حـ القائم الزاوية فى (ب) ، ق (حـ^) = ٤٥° فإن:

• أب = ب حـ = $\frac{\sqrt{2}}{2}$ أ حـ ،

٥ فى السداسى المنتظم أ ب حـ ء هـ و الذى طول ضلعه (ل)

فإن • أ حـ = ل $\sqrt{3}$ ، م ى = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ل

• أس = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ل ، أ ء = ٢ ل

حيث (م) مركز السداسى المنتظم

٦ فى الشكل المقابل:

م نقطة تلاقى متوسطات المثلث أ ب حـ يلاحظ أن :

• م هـ = $\frac{1}{3}$ أ ء = $\frac{1}{3}$ ع وإذا كان △ أ ب حـ

قائم الزاوية فى ب ، م نقطة تلاقى فى المتوسطات فإن

• م ء = $\frac{1}{3}$ أ ب ، • م هـ = $\frac{1}{3}$ ب حـ



٧ في الشكل المقابل:

أ ب حـ ء مستطيل، $($أ حـ$)^2 = ($أ ب$)^2 + ($ب حـ$)^2$

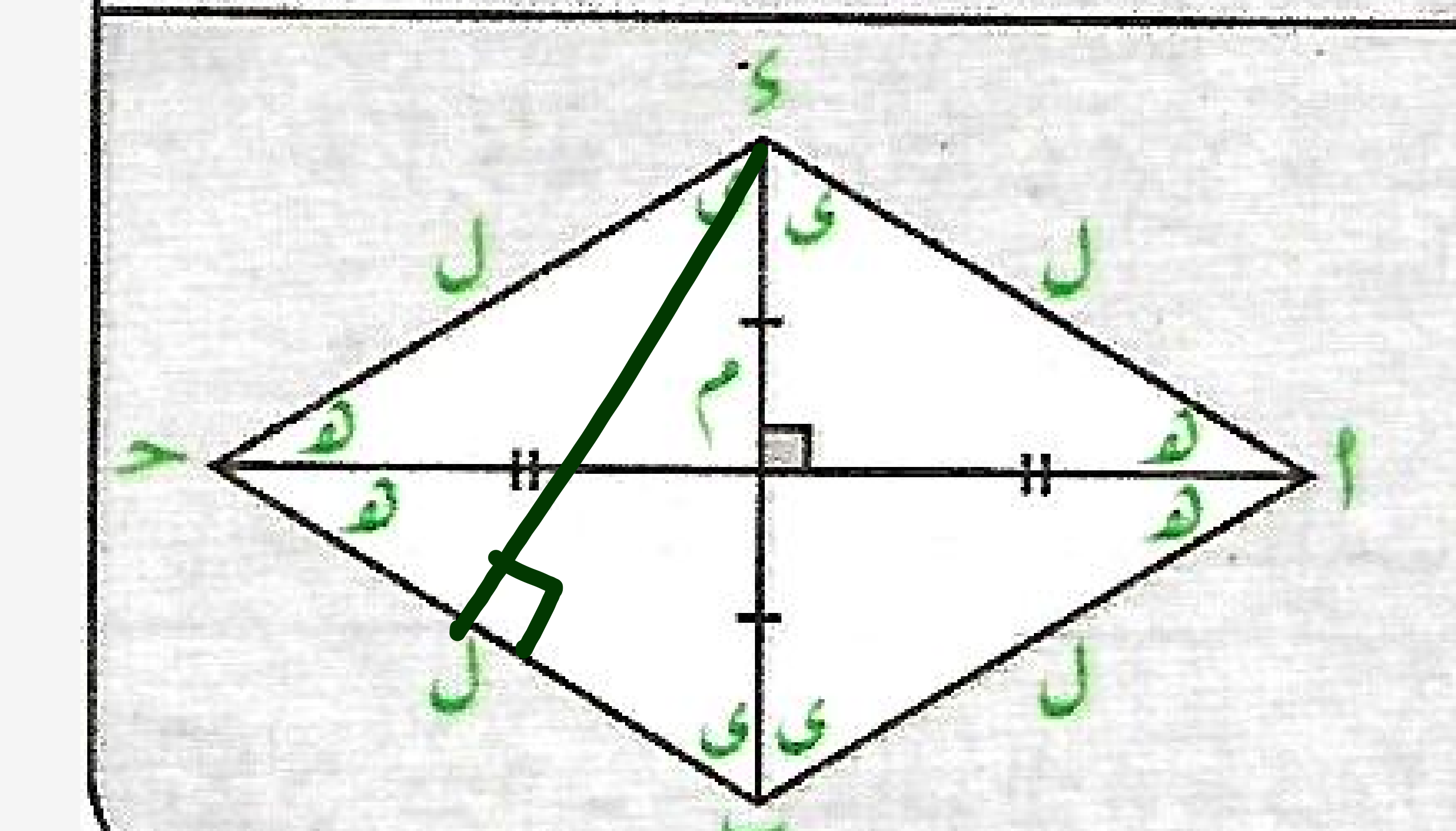
• ء هـ $= \dfrac{\text{أ ء} \times \text{ء حـ}}{\text{أ حـ}}$

• $($ء أ$)^2 =$ أ هـ $\times$ أ حـ

• $($ء حـ$)^2 =$ حـ هـ $\times$ حـ أ

• $($ء هـ$)^2 =$ هـ أ $\times$ هـ حـ

٨ في الشكل المقابل: أ ب حـ ء معين،



• البُعد العمودي بين أي ضلعين متوازيين.

• $= \dfrac{\frac{1}{2}\ \text{أ حـ} \times \text{ء ب}}{\text{ل}}$

محصلة قوتان

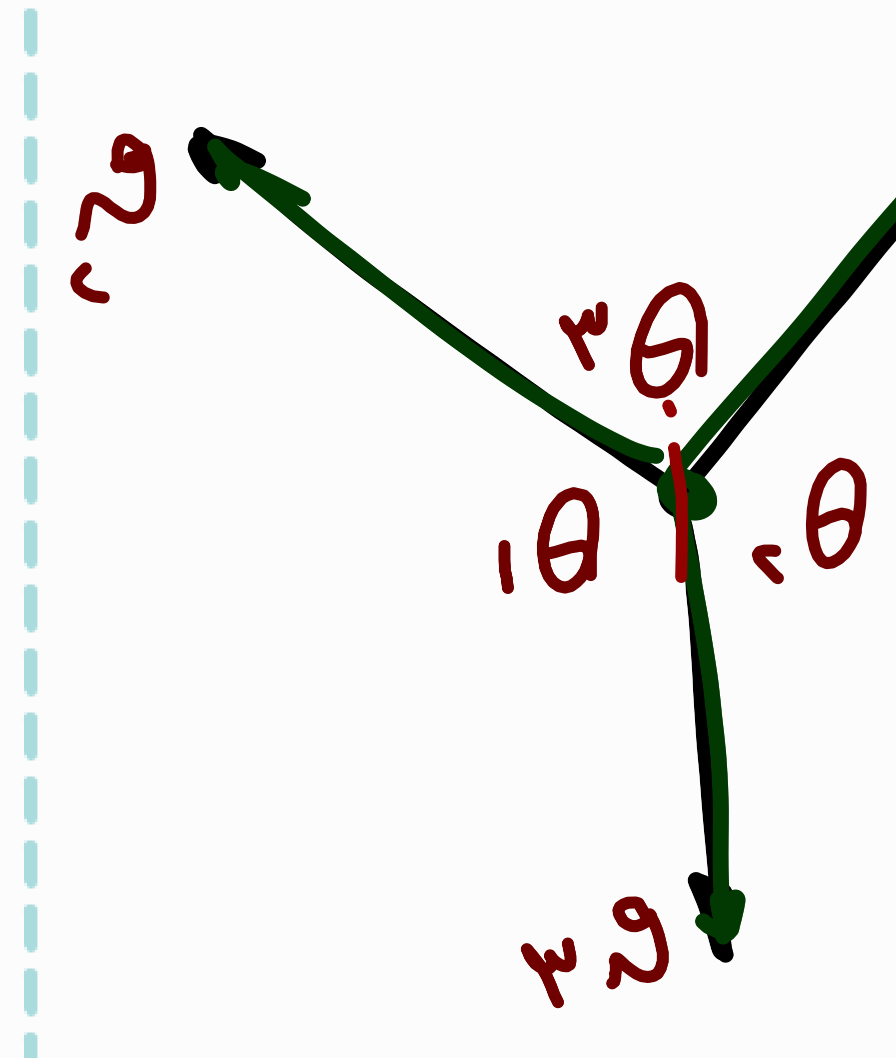
$\theta \in [0, \pi]$

$$\text{ح} = \sqrt{\text{ق}_1^2 + \text{ق}_2^2 + 2\,\text{ق}_1\text{ق}_2 \,\text{جتا}\,\theta}$$

إذا كانت القوى متساوية

$$\text{ح} = 2\,\text{ق}\,\text{جتا}\,\frac{\theta}{2}$$

قاعدة لامي



$$\frac{\text{ق}_1}{\text{جا}\,\theta_1} = \frac{\text{ق}_2}{\text{جا}\,\theta_2} = \frac{\text{ق}_3}{\text{جا}\,\theta_3}$$

الاحتكاك

مستوى افقى خشن

م = ظا ل

= حس / ر

مستوى مائل خشن

و جا هـ

و جتا هـ

أولاً نبحث أيهما أكبر

ح أم و جا هـ

مالم ينص على اتجاه الحركة



ح ≤ حس

قوة الاحتكاك دائماً عكس إتجاه الحركة

مس = ظا ل = حس / ر

ر̄ = √(ر² + مس² ر²)

ر̄ = ر √(١ + مس²)

ر̄ = ر √(١ + ظا² ل)

ر̄ = ر √(قا² ل)

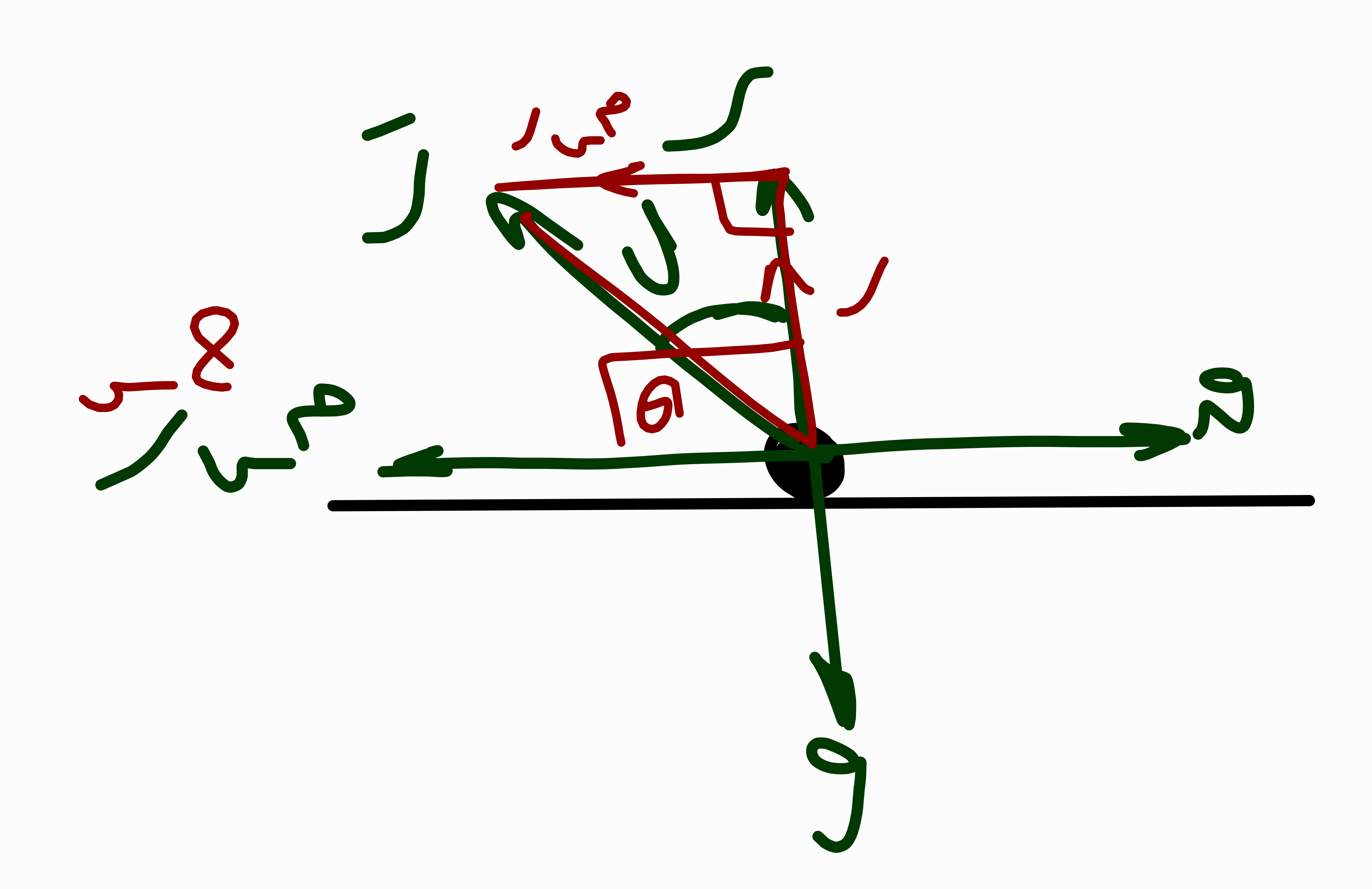
ر̄ = ر قا ل

مس > مك

ر̄ ، ر ، θ ، ٩٠ - θ

ر̄ = ر قا(٩٠ - θ)

= ر قتا θ



أكبر قوة تجعل جسم موضوع على مستوى إفقي خشن على وشك الحركة

$$ق = و ظا ل$$

أقل قوة مائلة تجعل جسم موضوع على مستوى خشن على وشك الحركة

$$ق = \frac{و حا ل}{حا(هـ - ل)} = و حا ل$$

عندما حا(هـ - ل) = ١ أكبر قيمة


ملحوظات هامة

1 إذا أثرت قوة على جسم موضوع على مستوى فإن قوة الاحتكاك ∈ [صفر ، م س ر]

رد الفعل المحصل ∈ [ر ، ر قا ل]

2 إذا أثرت قوة على جسم موضوع على مستوى خشن فإن قوة الاحتكاك ∈]٠ ، م س ر]

رد الفعل المحصل ∈]ر ، ر قا ل]


على المستوى المائل
هـ
متحرك
ل < هـ
هـ
متزن
هـ < ل
هـ
على وشك الحركة تحت تأثير وزنه
ل = هـ
مس = ظال = ظاهـ
my Originals
ViewSonic

أكبر قوة تجعل الجسم على وشك الحركة

اتجاه الحركة

أقل قوة تجعل الجسم على وشك الحركة

الحركة لأسفل

إذا أثرت قوة على جسم وظل متزناً فإن القوة ∋ [أقل قوة ، أكبر قوة]

Originals

ViewSonic

في الشكل $ك_1$، $ك_2$ مصنوعان من نفس المادة فإن معامل الاحتكاك السكوني للجسم الأول : الثاني = 1 : 1

معامل الاحتكاك = طا ٣٠ = $\frac{\sqrt{3}}{3}$

الجسم على وشك الحركة

$\frac{م}{ق} = \frac{1}{طا(٤٥ + \frac{ل}{٢})}$

$٩٠ = \frac{ل}{٢} + ٤٥ + ل$

$\frac{٣}{٢} ل = ٤٥$

$ل = ٣٠$

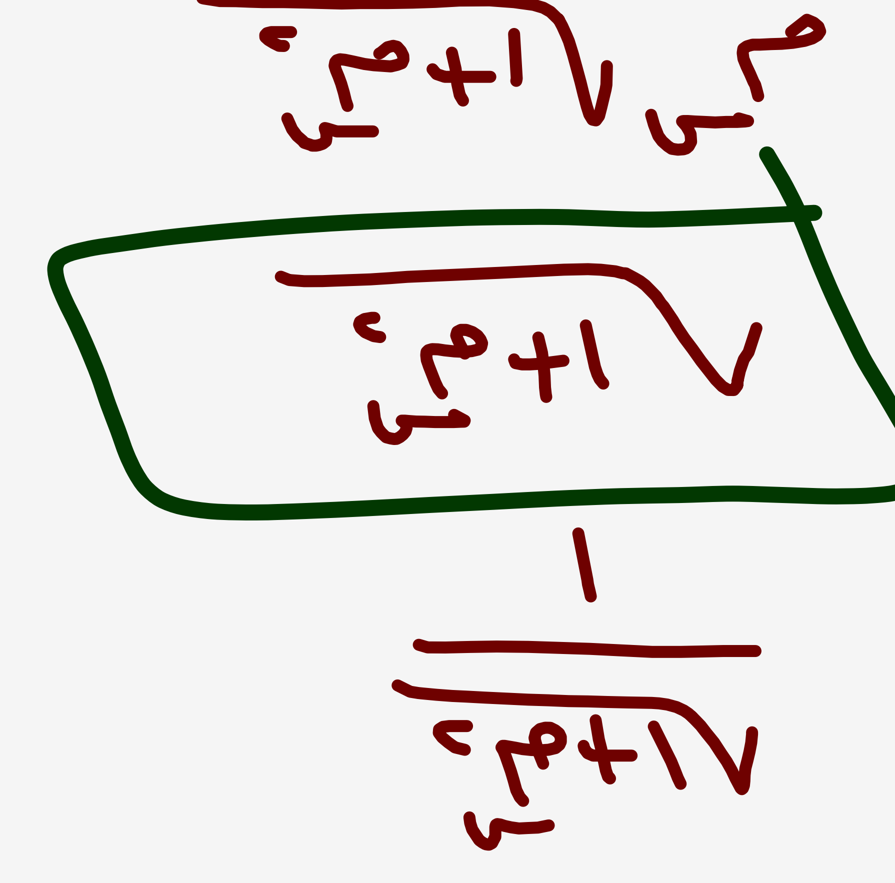
$\frac{ق}{\text{جتا} ل} = \frac{ر}{\text{جا} ٩٠} = \frac{م}{\text{جا} ل}$

$\frac{م}{ق} = \frac{\text{جا} ل}{\text{جتا} ل} = \text{طا} ل = \text{ظتا}(٤٥ + \frac{ل}{٢})$

ل هي زاوية الاحتكاك بين مستوى وجسم

فإن قال =

ظال = $\frac{\text{مس}}{١}$





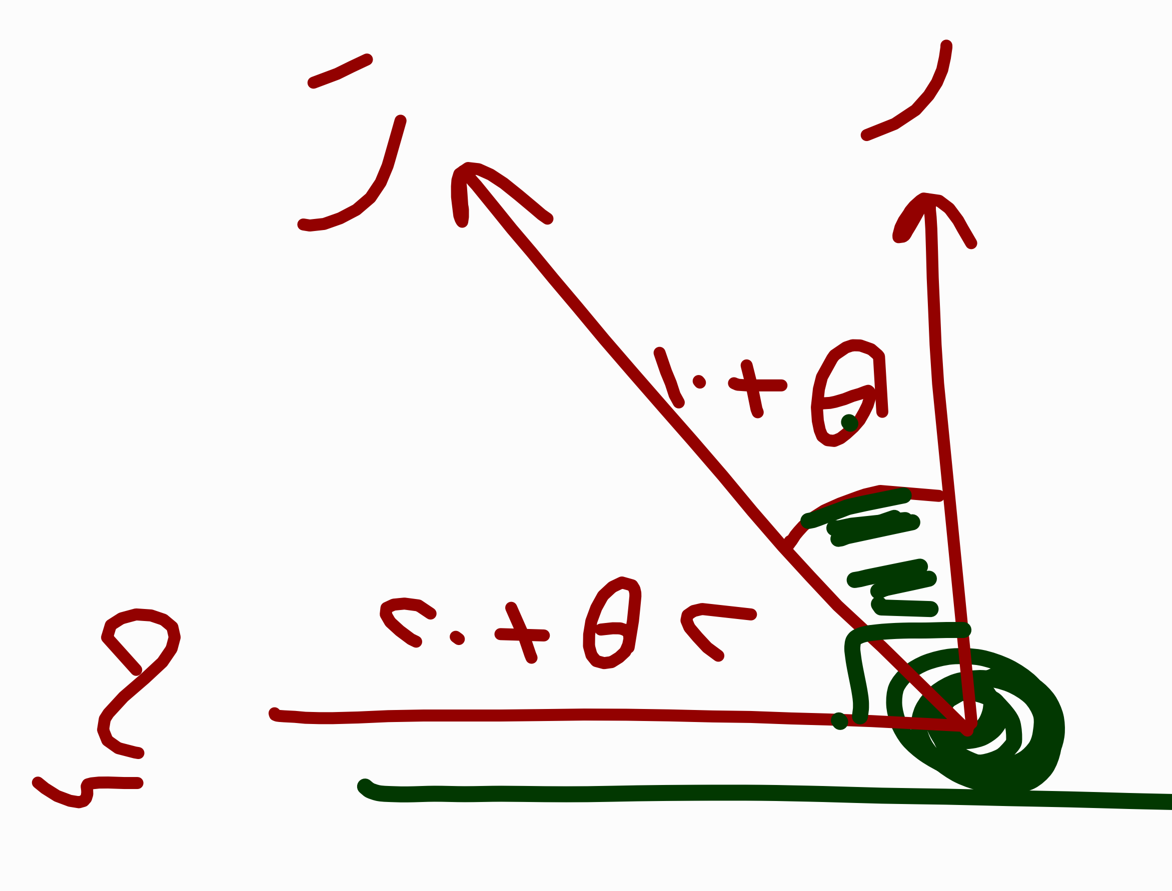
إذا كان قياس الزاوية بين رد فعل المحصل والإفقي ٩٠° فإن معامل الإحتكاك

= صفر

إذا كان قياس الزاوية بين رد فعل المحصل ورد فعل العمودى = صفر فإن

معامل الإحتكاك = صفر

إذا كان قياس الزاوية بين رد فعل المحصل ورد الفعل العمودي ($\theta + ١٠$) ، قياس الزاوية بين رد فعل المحصل وقوة الاحتكاك النهائي ($٢\theta + ٢٠$) فإن **معامل الاحتكاك** = --



$٩٠ = ٣٠ + ٣\theta$

$٦٠ = ٣\theta$

$\theta = ٢٠$

ظا $(\theta + ١٠)$

$\frac{1}{\sqrt{3}}$ = ظا ٣٠

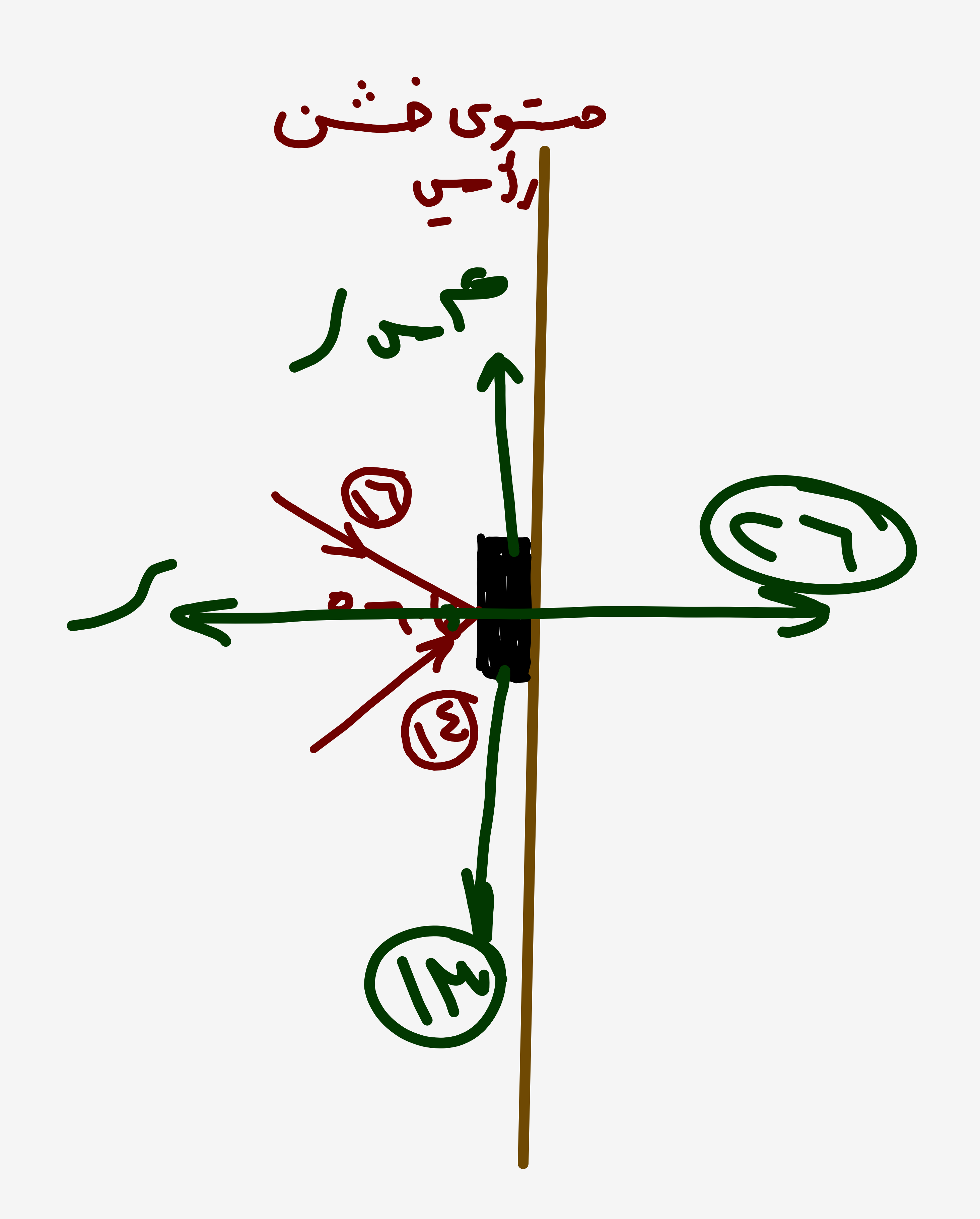
ع = √((١٦)² + (١٤)² + ٢ × ١٤ × ١٦ جتا ٦٠)

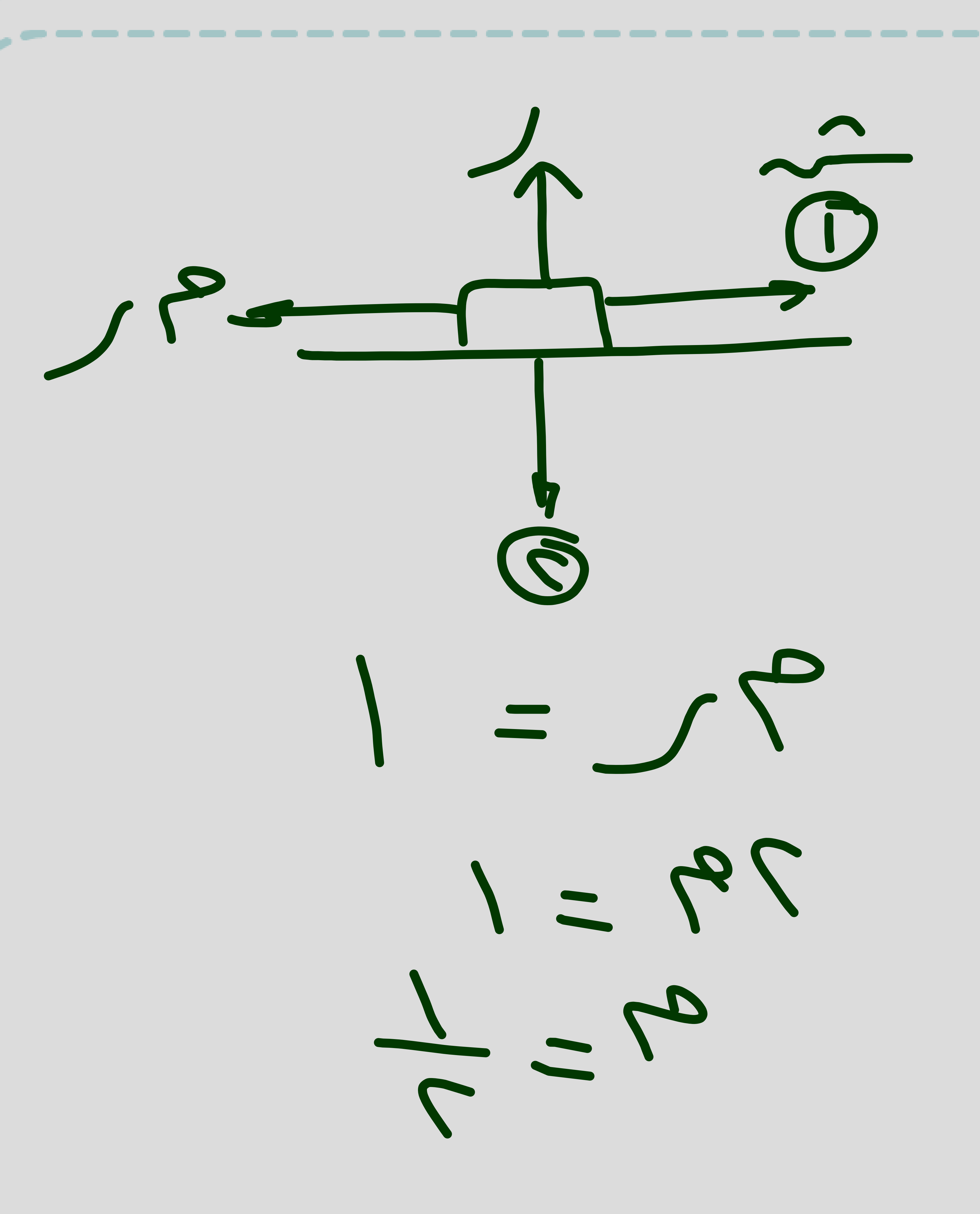
= ٢٦

ر = ٢٦

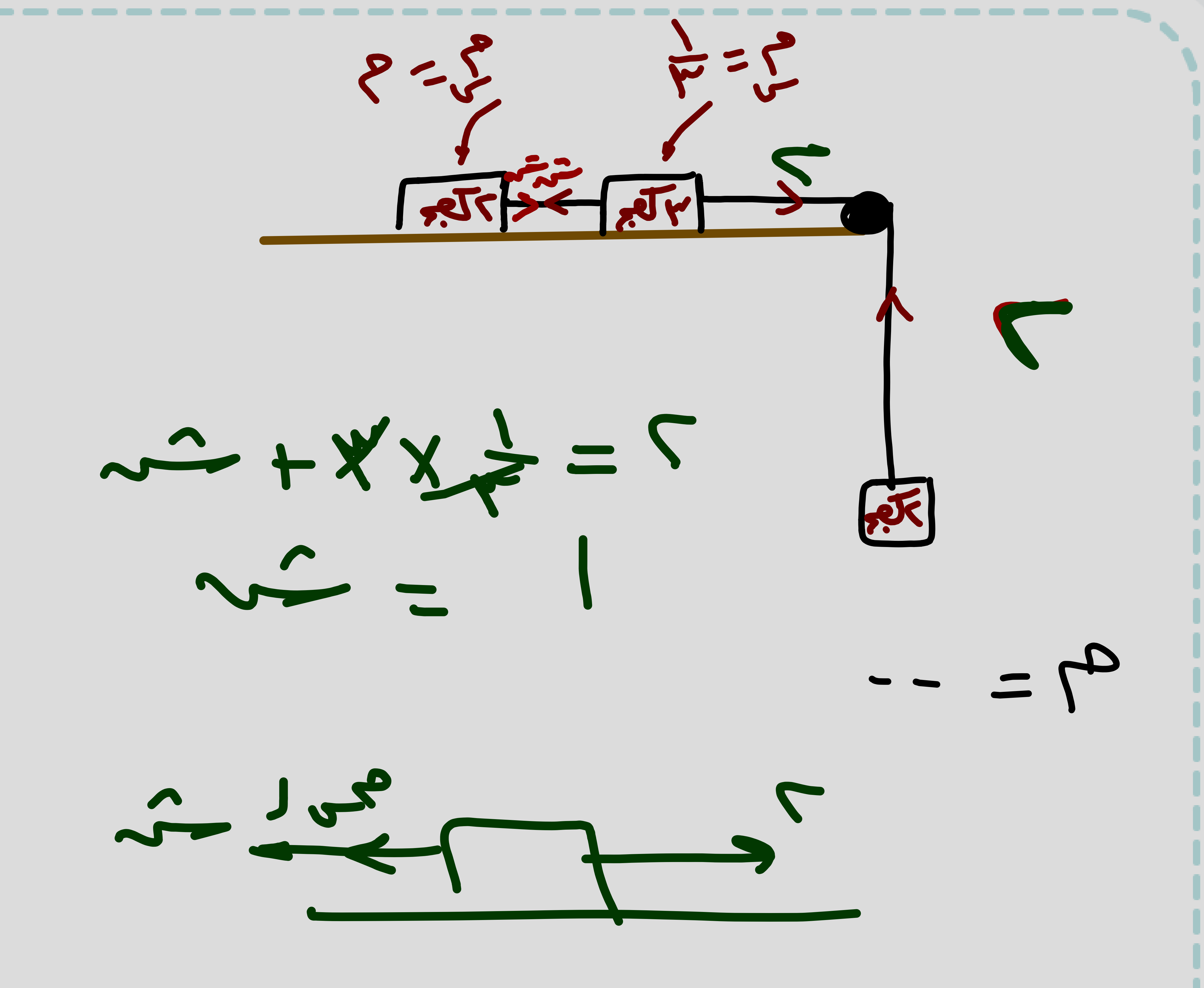
٢٦ × جـ ق = ١٣

جـ ق = ١/٢





مر = ١
٢م = ١
م = ١/٢



٢كجم
٣كجم
١كجم
ش + ٤ × ١/٢ = ٢
ش = ١
م = ..

$$\frac{\sqrt{٣}}{٢} \times ٤٩\sqrt{٣} = \text{ق}_{\text{ص}}$$

$$\frac{٣}{٢} \times ٤٩ = \text{ق} \times \sqrt{٣} \times \frac{١٩}{٢}$$

$$\frac{٤٩\sqrt{٣}}{١٩} = \text{ص}$$

$$\frac{١٩}{٢}\sqrt{٣}\sqrt{\left(\frac{٤٩\sqrt{٣}}{١٩}\right)^{٢} + ١} = \bar{\text{ق}}$$

$$\frac{١}{٢} \times ٤٩\sqrt{٣} = \text{ق} + ١٥\sqrt{٣}$$

$$\frac{٣٠}{٢}\sqrt{٣} - \frac{٤٩}{٢}\sqrt{٣} = \text{ق}$$

$$\frac{١٩}{٢}\sqrt{٣} = \text{ق}$$

$$= \bar{\text{ق}}$$

جسم وزنه ٢ث.جم موضوع
على مستوى أفقي خشن
معامل الإحتكاك السكوني بينه
وبين المستوى √٢ أثرت
عليه قوة أفقية جعلته على
وشك الحركة فإن رَ د

مستوى مائل خشن يميل على الأفقي بزاوية جيب تمامها يساوي $\frac{5}{13}$ ووضع عليه جسم مقدار وزنه ١٣٠ نيوتن وأثرت عليه قوة في إتجاه خط أكبر ميل لأعلى مستوى فإذا كان معامل الإحتكاك = $\frac{2}{5}$ فإن النهايتين اللتين يحصر بينهما القوة في دفع الاتزان

أقل قوة
ق
ر
م ح ر
١٣٠
$١٣٠ \times \frac{٥}{١٣}$
$١٣٠ \times \frac{١٢}{١٣}$
هـ

١٣
١٢
٥
هـ

أكبر قوة
ق
م ح ر
$١٣٠ \times \frac{١٢}{١٣}$

$ق + م ح ر = ١٣٠ \times \frac{١٢}{١٣}$

$ق + \frac{٢}{٥} \times ٥٠ = ١٢٠$

$ق = ١٠٠$

$ق = ١٢٠ + ٢٠$

$ق = ١٢٠ + ٢٠$

$ق = ١٤٠$

القوة تنحصر [١٠٠ ، ١٤٠]

وضع جسم وزنه و على مستوى خشن يميل على الأفق بزاوية هـ وزاوية الاحتكاك ل فإذا كان هـ > ل فإن الجسم

متحرك

وضع جسم وزنه و على مستوى خشن يميل على الأفق بزاوية هـ وزاوية الاحتكاك ل فإن كل الأوضاع الآتية يكون فيها الجسم في وضع إستاتيكي عدا

هـ < ل

هـ = ل

هـ ≤ ل

لا شيء



$\sqrt{٣} \times م = \frac{\sqrt{٣}}{٢} \times \sqrt{٣} ٥$

ظل ل = م س = $\frac{\sqrt{٣}٥}{٢}$

Shift $\tan^{-1} \frac{5\sqrt{3}}{2}$ ٣ جا ٣√٥ = ٣ جتا ٣ + ر

ر = $\frac{\sqrt{٣}٥}{٢} - \frac{\sqrt{٣}٣}{٢} = \frac{\sqrt{٣}٢}{٢} = \sqrt{٣}$

٣ جا ٣√٥

٣ جتا ٣

٣ جا ٣

م ر

ر

٣√٥

٣

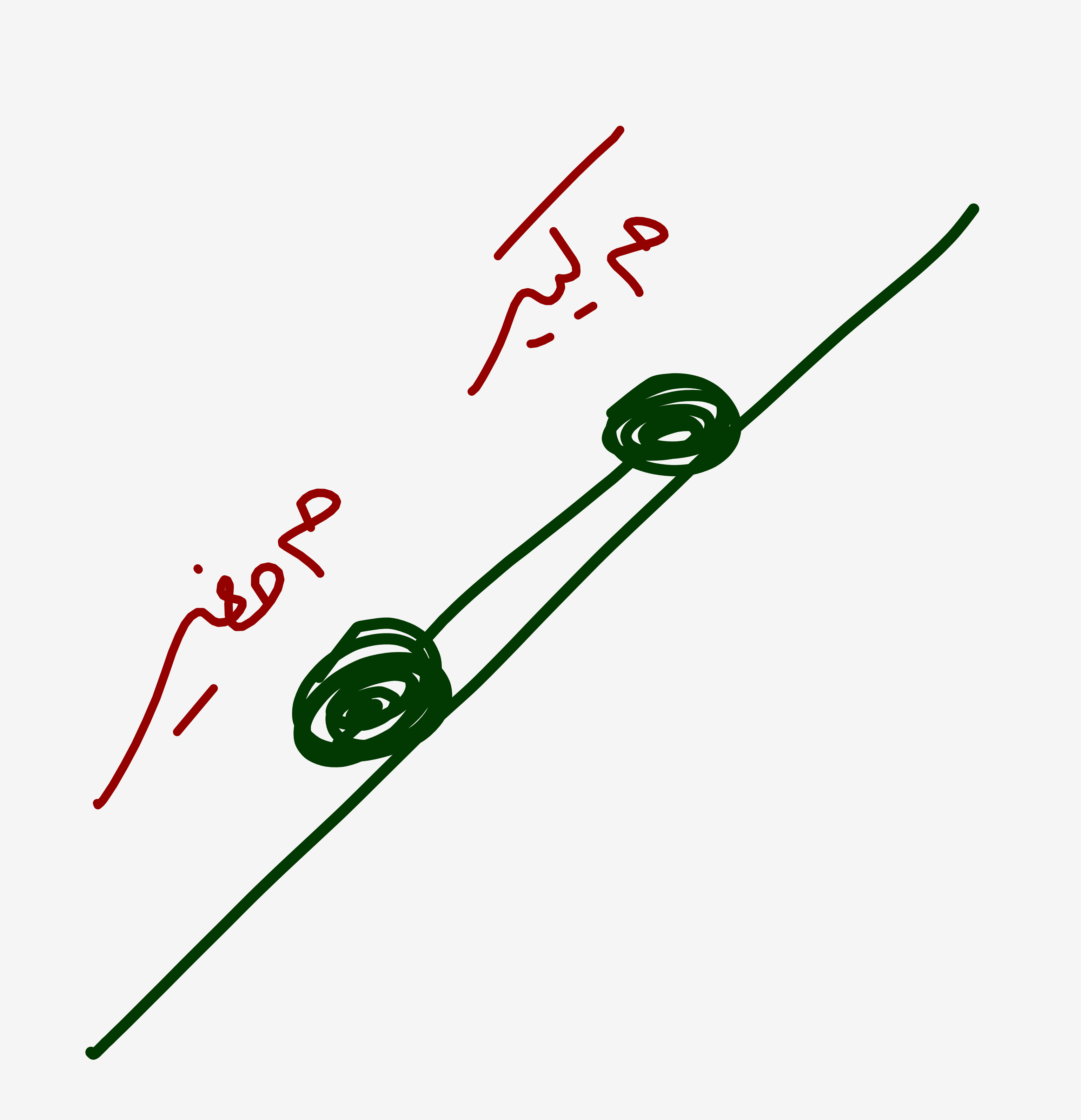
٣٠

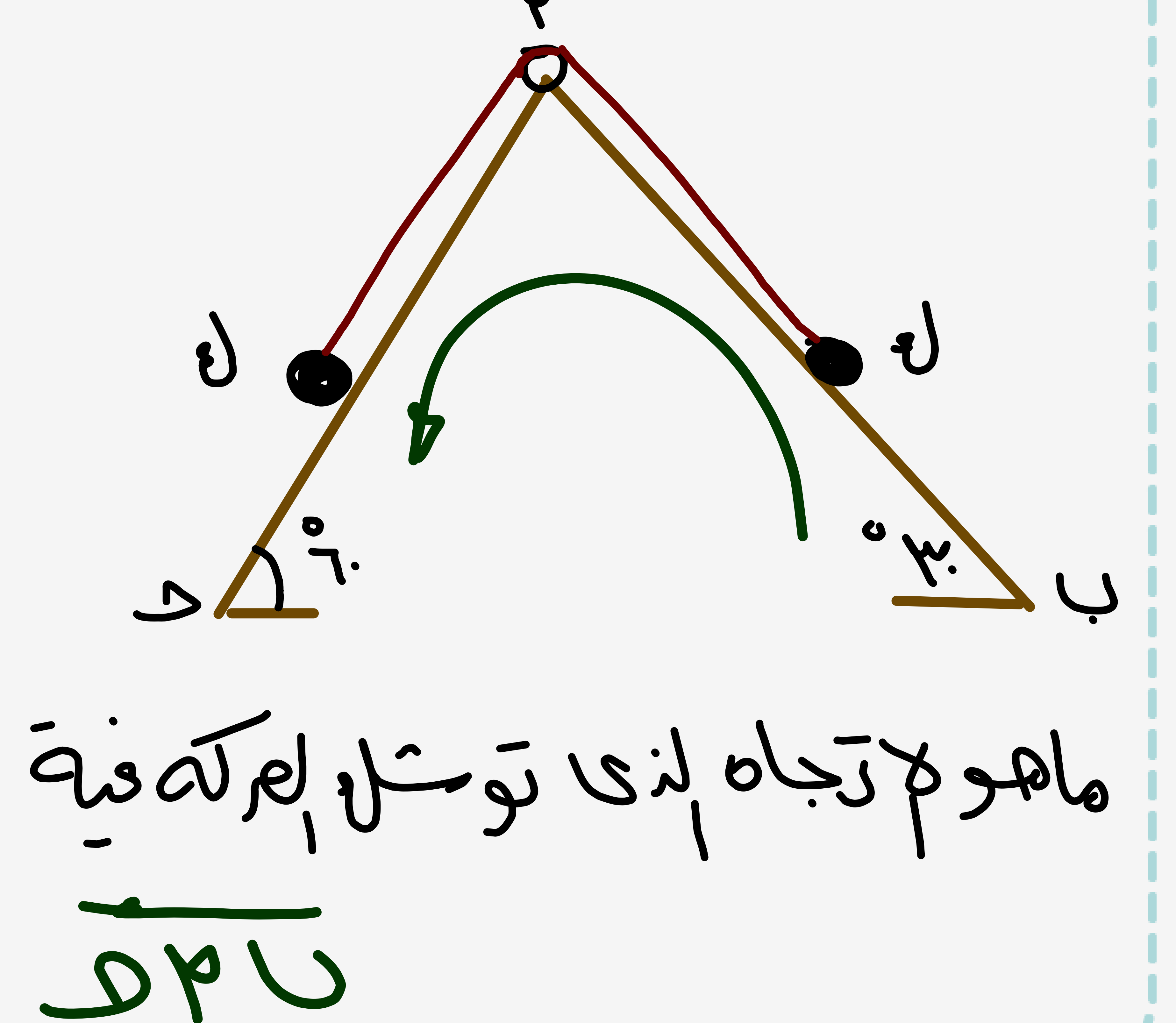
٦٠

٥٣

جـ وزنة ٣ نيوتن
موضوع أسفل مستوى
أثرت عليه قوة فكان
زاوية الاحتكاك = ...

المستويان لهم نفس معامل الخشونة



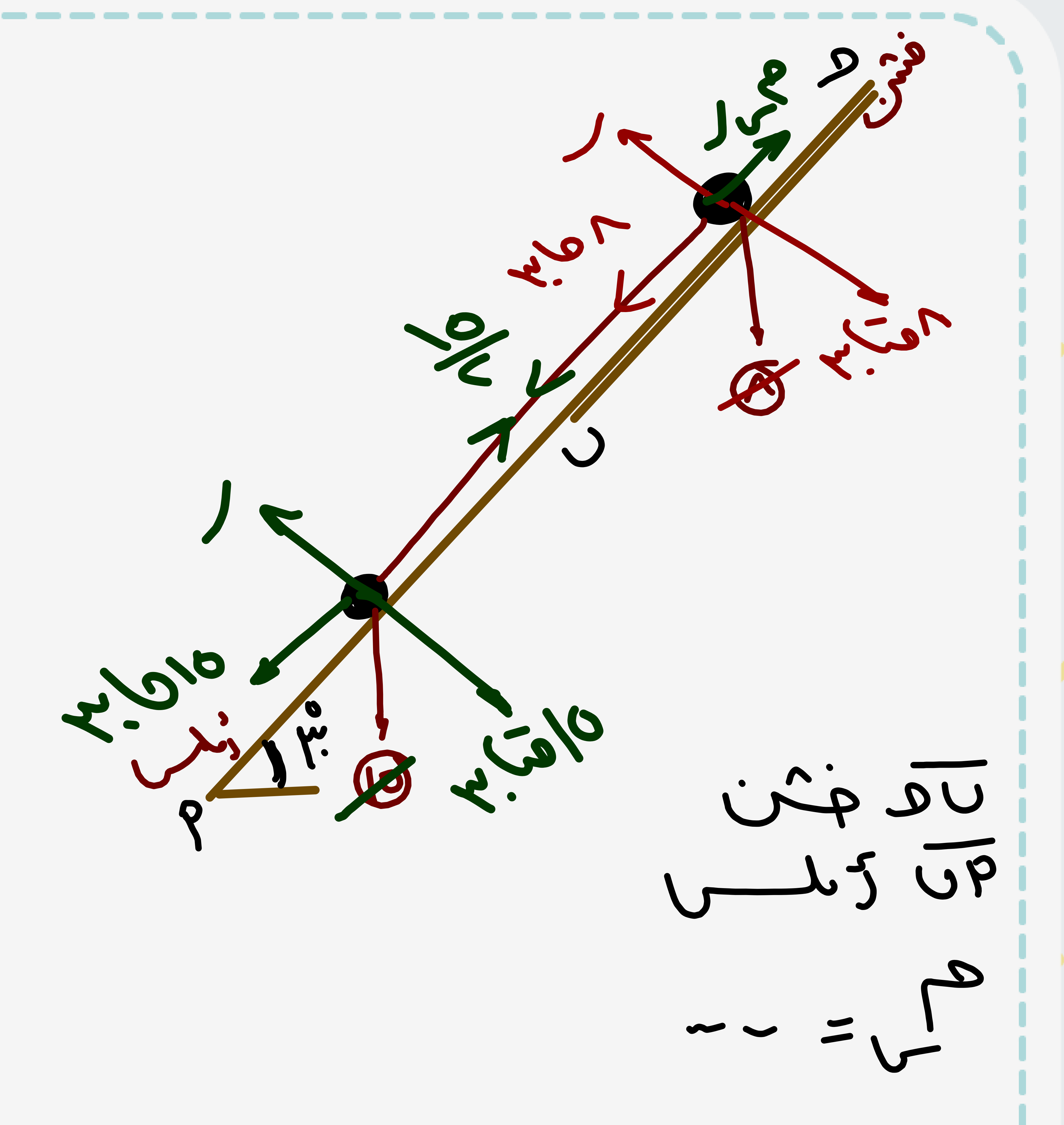


$\frac{1}{٢} \times ١٥ =$

$٣\sqrt{٤} \times م_٢ = \frac{١٥}{٢} + م_٢$

$٣\sqrt{٤} \times م_٢ = \frac{٢٣}{٢}$

$م_٢ = \frac{٢٣}{٢ \times ٣\sqrt{٨}}$



$$ش = ١٠ \times م_١ = ١٠ م_١$$

$$ش + م_٢ \times \frac{٥}{٢} = \frac{٥\sqrt{٣}}{٢}$$

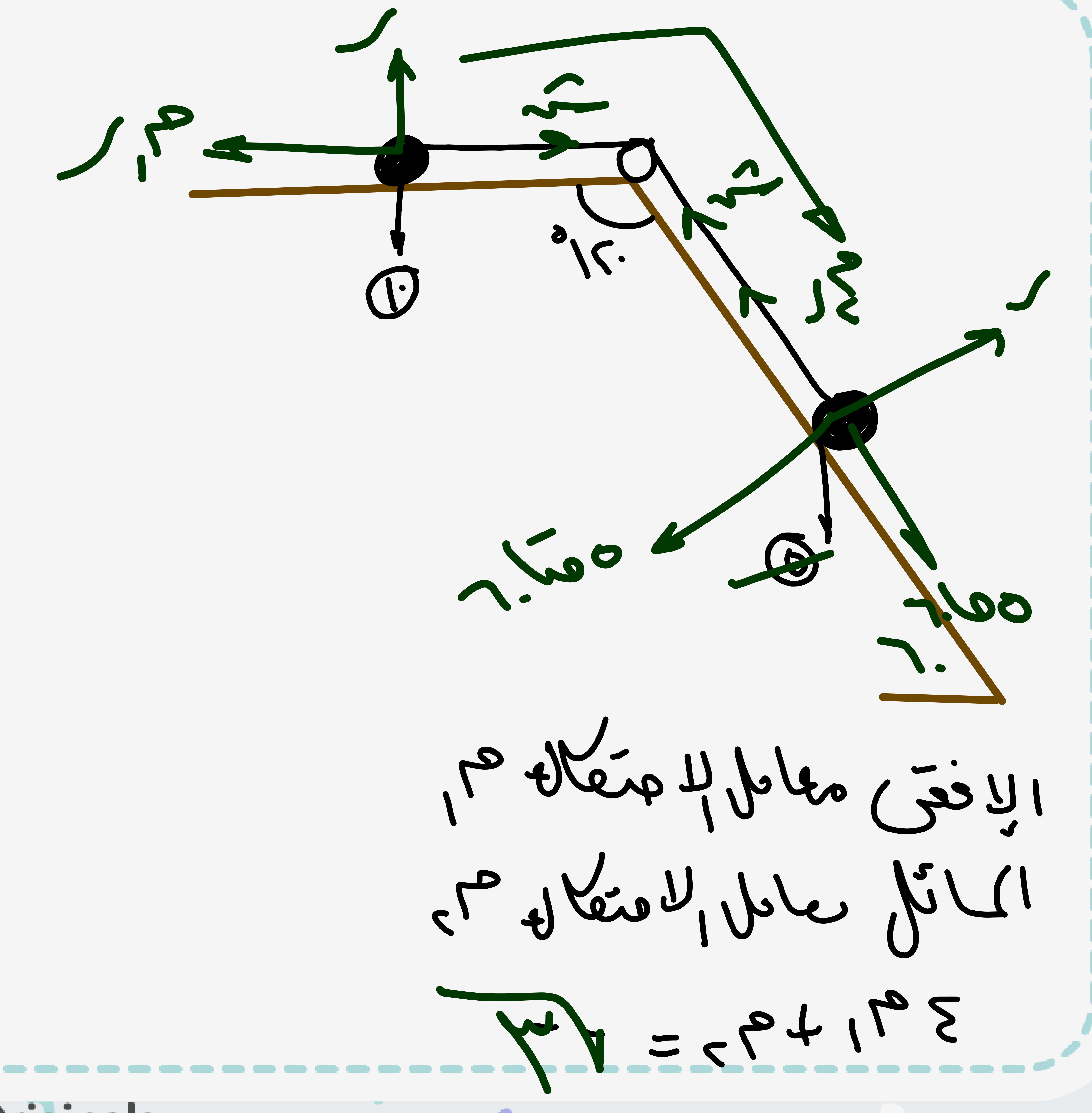
$$ش = \frac{٥\sqrt{٣}}{٢} - \frac{٥}{٢} م_٢$$

$$١٠ م_١ = \frac{٥\sqrt{٣}}{٢} - \frac{٥}{٢} م_٢ \quad \div ٥$$

$$٢ م_١ = \frac{\sqrt{٣}}{٢} - \frac{١}{٢} م_٢$$

$$٤ م_١ = \sqrt{٣} - م_٢$$

$$٤ م_١ + م_٢ = \sqrt{٣}$$



يجر رجل حجراً صاعداً منحدراً يميل على الأفقي بزاوية θ والحبل يصنع زاوية β مع المستوى المائل فإذا كانت زاوية الإحتكاك α بين المنحدر والحجر فإن أصغر قيمة للشد = ...

$و \, جتا (\beta + \theta)$

$و \, جا (\theta + \alpha)$

$و \, جتا (\alpha + \theta)$

$و \, جا (\beta)$

$$\frac{ش}{جا(\alpha+\theta) - ۱۸۰} = \frac{و}{جا(\alpha - \beta) - ۹۰}$$

$$ش = \frac{و \, جا(\alpha+\theta)}{جتا(\alpha - \beta)}$$

$$و \, جا(\alpha+\theta) = ش$$

وضع جسم على مستوٍ خشن إنعق
وكانت ل هي قياس زاوية الاحتكاك
بين الجسم والمستوى ، أثرت على
الجسم قوة إفقية مقدارها ق = ٢ طال - حال
فأصبح على وشك الحركة فإن وزنه
الجسم = ...

ر
حـ ر
ق
و

٢ طال - م ر ما ل متال = طال و

$$\frac{٢\ \text{طال}}{\text{متال}} - ٢\ \text{طال متال} = \frac{\text{طال}}{\text{متال}}\ و$$

٢ - ٢ متا^٢ ل = و

٢ (١ - متا^٢ ل) = و = ٢ طا^٢ ل

وضعت ثلاث أوزان و١ ، و٢ ، و١+و٢
من نفس المادة على مستوى إفقي خشن
وأثرت عليهم قوى إفقية مقدارها ق١، ق٢، ق٣
فجعلت الأوزان على وشك الحركة فإن

ق٣ = ق١ + ق٢

١ / ق٣ = ١ / ق١ + ١ / ق٢

ق٣ = ق١ ق٢

ق٣ = (ق١ + ق٢) / (ق١ ق٢)

ق١ = م_س و١

ق٢ = م_س و٢

ق٣ = م_س (و١ + و٢)

ق١ + ق٢ = م_س (و١ + و٢)

ق٣ = ق١ + ق٢



جسم وزنه ٢٥ نيوتن يرتكز على مستوى خشن يميل على الإفق بزاوية قياسها هـ ، ظا هـ = $\frac{٣}{٤}$ ومعامل الإحتكاك بين الجسم والمستوى $\frac{١}{٥}$ ، إذا اثرت قوة ق على الجسم فى إتجاه خط أكبر ميل لأعلى فجعلته فى حالة إتزان فإن ق ∈

$١١ \leq ق \leq ١٩$

$٣ \leq ق \leq ٤$

ق = ١١

ق = ١٩

ق = ١٥ − ٤

= ١١

ق = ١٥ + ٤

= ١٩

جسم وزنه و موضوع على مستوى خشن يميل على الأفقي بزاوية قياسها (هـ) إذا كانت زاوية الاحتكاك بينهما هي ل فإن أقل قوة تجعل الجسم على وشك الحركة لأعلى

- **و جا(هـ + ل)**
- و جتا(هـ − ل)
- و جا(هـ − ل)
- و جتا(هـ + ل)

ق ، ر ، ر ، ل ، مك ر ، و جا هـ ، و جتا هـ ، و ، هـ

ق = مك ر + و جا هـ

ق = (جا ل / جتا ل) × و جتا هـ + و جا هـ

جتا ل ق = و جا ل جتا هـ + و جا هـ جتا ل

جتا ل ق = و جا(ل + هـ)

ق = و × جا(ل + هـ) / جتا ل

= و جا(ل + هـ)



وضع جسم وزنه و على مستوى مائل خشن يميل على الأفقي بزاوية قياسها هـ أثرت عليه قوة ق في اتجاه خط أكبر ميل إلى أعلى فكان على وشك الحركة عندما كانت ق = $(\frac{2}{5}$ و) نيوتن أو ق = $(\frac{4}{5})$ و نيوتن فإن

طاهـ : طال = ... $\frac{3}{4}$: $\frac{1}{4}$

٣ : ١

أقل قوة

$\frac{2}{5}$ و + م س × و جتا هـ = و جا هـ

أكبر قوة

$\frac{4}{5}$ و = و جا هـ + م س × و جتا هـ

$\frac{2}{5}$ و = و جا هـ − م س × و جتا هـ

$\frac{3}{5}$ و $\times 2$ = 2 و جا هـ

$\frac{3}{5}$ = جا هـ

$\frac{2}{5} + م س \times \frac{4}{5} = \frac{3}{5}$

٢ + ٤ م س = ٣

٤ م س = ١

م س = $\frac{1}{4}$

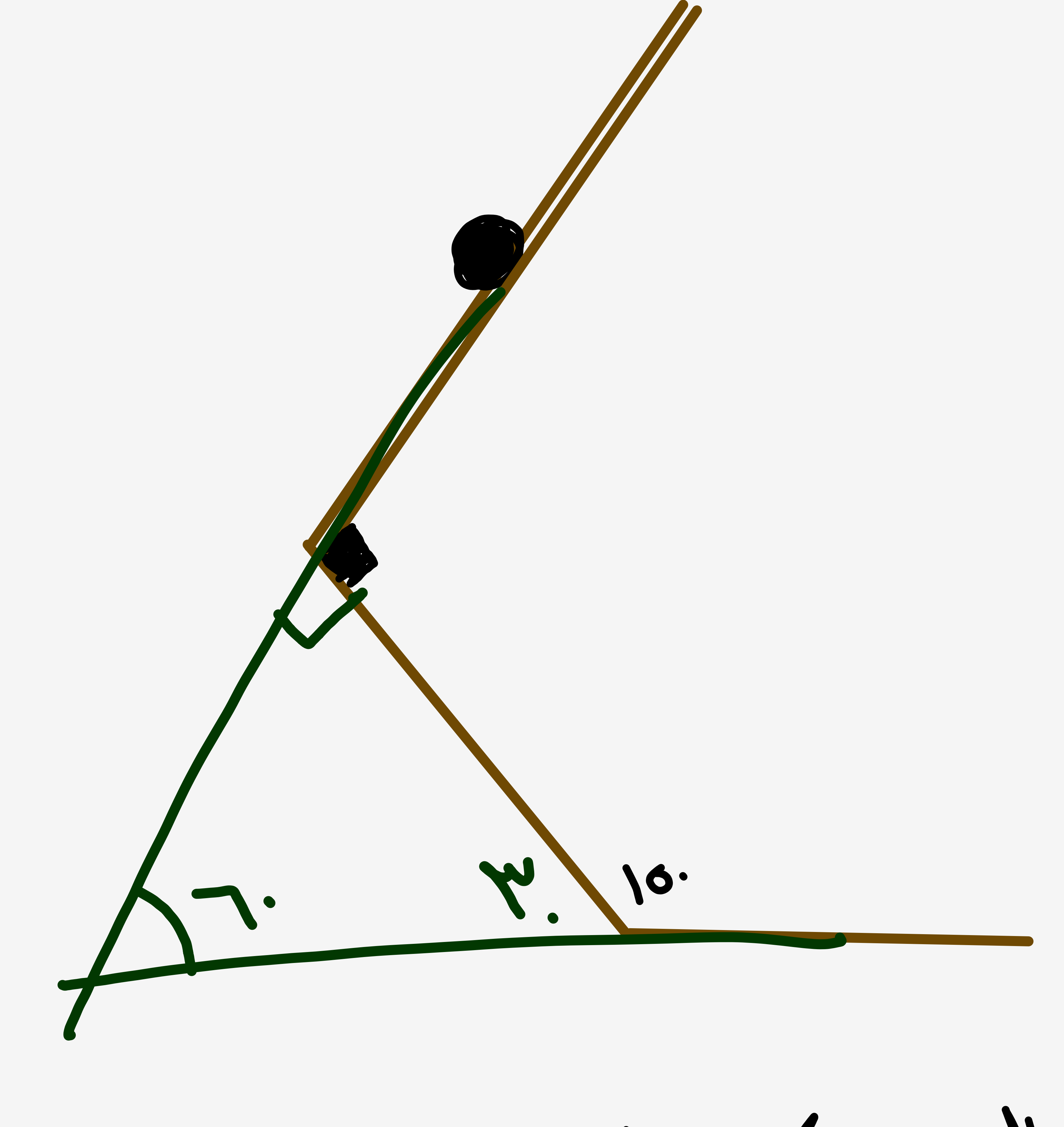
إذا أثرت قوة إفقية (ق) على جسم وزنه (و) موضوع على مستوى إفقي خشن زاوية احتكاكه (ل) وكان الجسم على وشك الحركة فإن رد الفعل المحصل:

ر̄
ل
ق
١٨٠ - ل
و

$$\frac{و}{جا(٩٠+ل)} = \frac{ر̄}{جا ٩٠} = \frac{ق}{جا(١٨٠-ل)}$$

ر̄ = و قا ل

ر̄ = ق قتا ل



الجسم على داخل لا ينزلق فإن م س =

$$\frac{ر}{جا(٩٠+هـ)} = \frac{و}{جا(٩٠-هـ+ل)} = \frac{م}{جا ١٨٠-ل}$$

$$\frac{ر}{\frac{١}{٢}} = \frac{و}{\frac{\sqrt{٣}}{٢}} = \frac{م}{\frac{١}{٢}}$$

ر = م

و = $\sqrt{٣}$ م

و = م جا هـ + ر

ر = و جتا ... − م $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ م

هـ = ٦٠°

ل = ٣٠°

كل الاتي صحيح عدا

ح س = $\frac{١}{٢}$ م

ر = م

ر = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ م

و = $\sqrt{٣}$ م

ظا ٦٠ = $\sqrt{٣}$

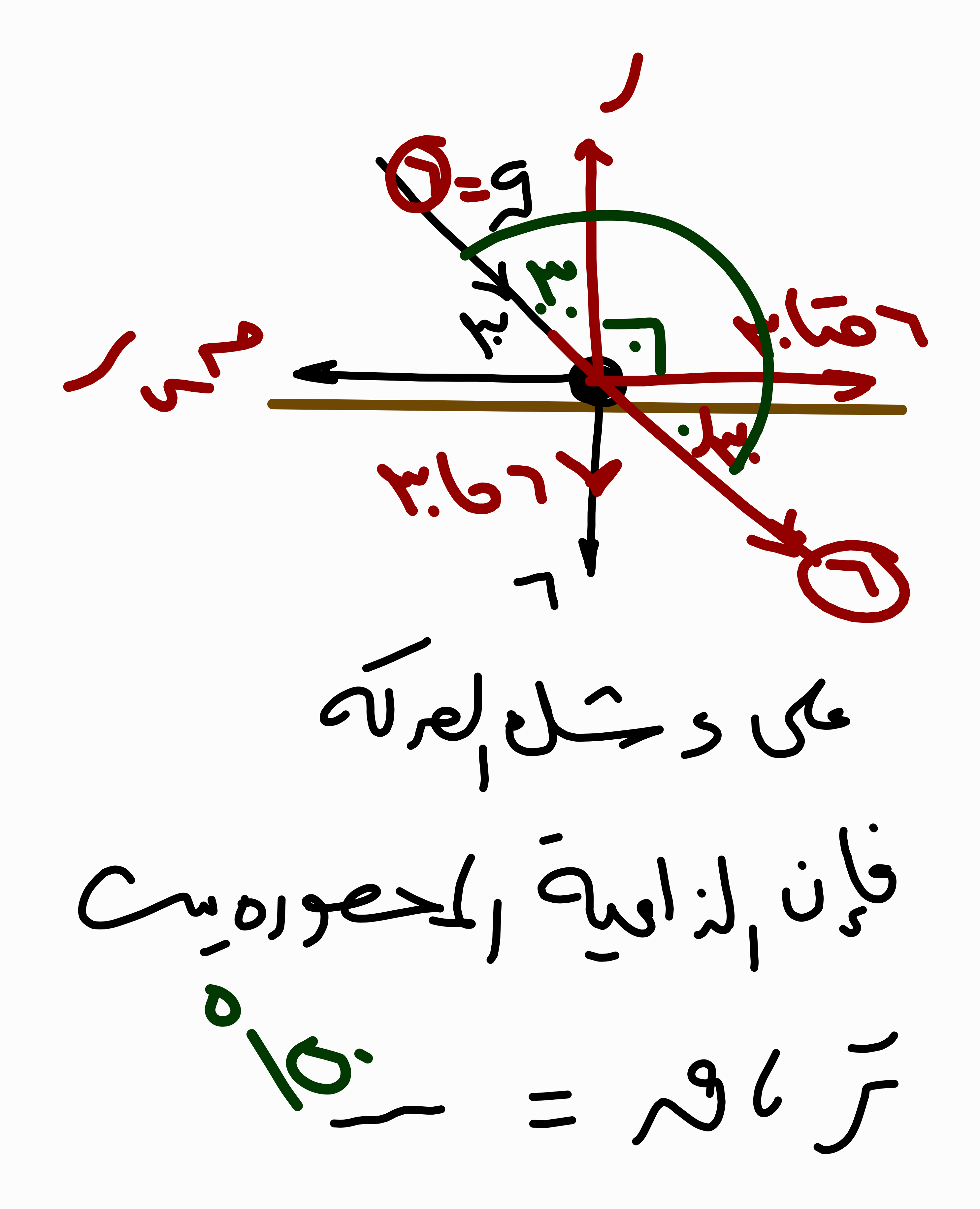
my Originals

ViewSonic

$$\text{جاس} \times (٣ + ٦) = ٣ \times \frac{٣\sqrt{٣}}{٢}$$

$$\text{جاس} = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$$

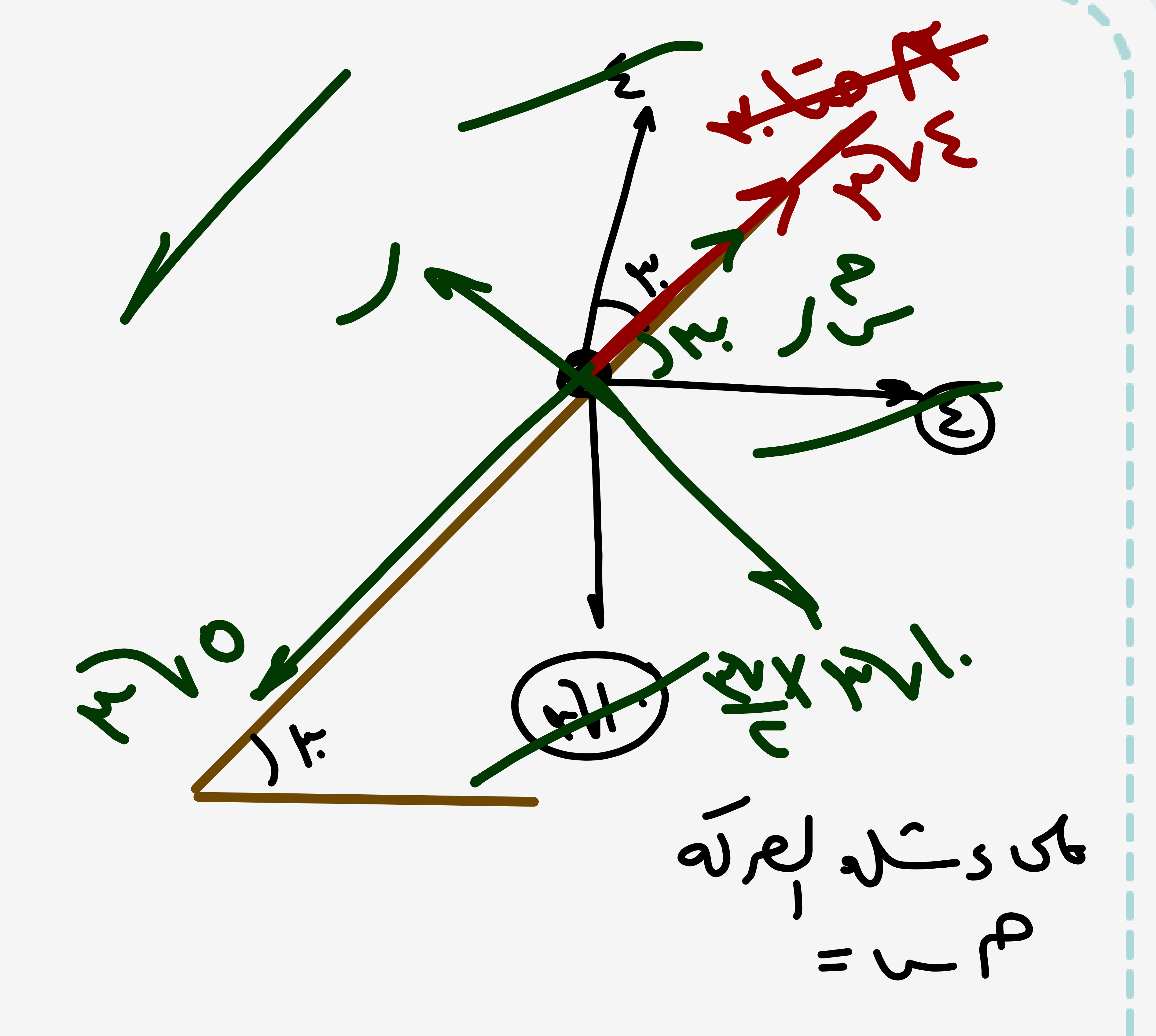
$$\text{س} = ٣٠^{\circ}$$



$ق^2 + ٣\sqrt{٤} = ٣\sqrt{٥}$

$\frac{٣\sqrt{}}{٢} \times ٣\sqrt{٥} \times ق = ٣\sqrt{}$

$\frac{٣\sqrt{}}{١٥} = ق$



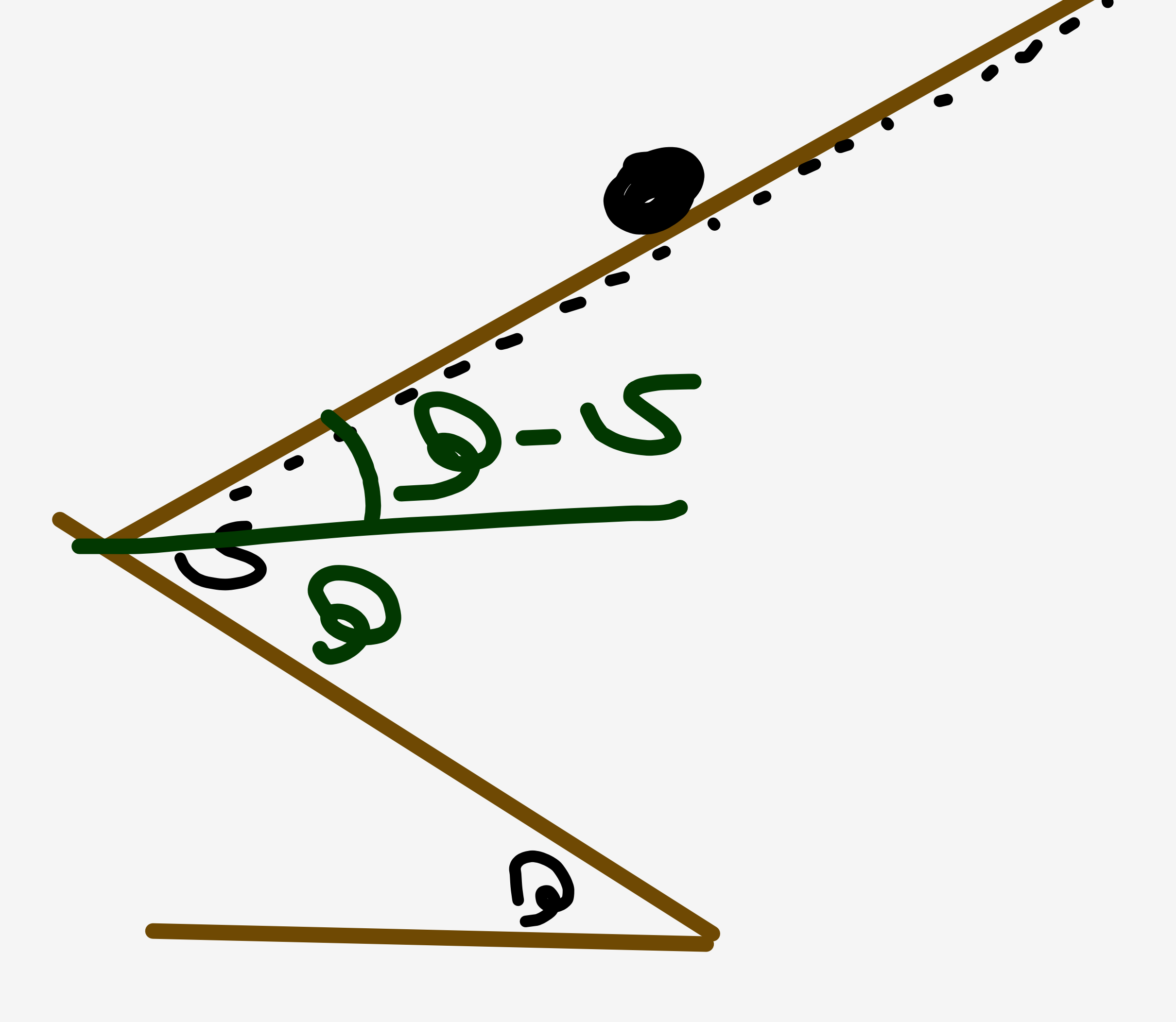
المستوى

٣/٢ س - ص + ٣ = ٠

م = ظا هـ = ٣/٢

على وشك الانزلاق

م س = ٣/٢

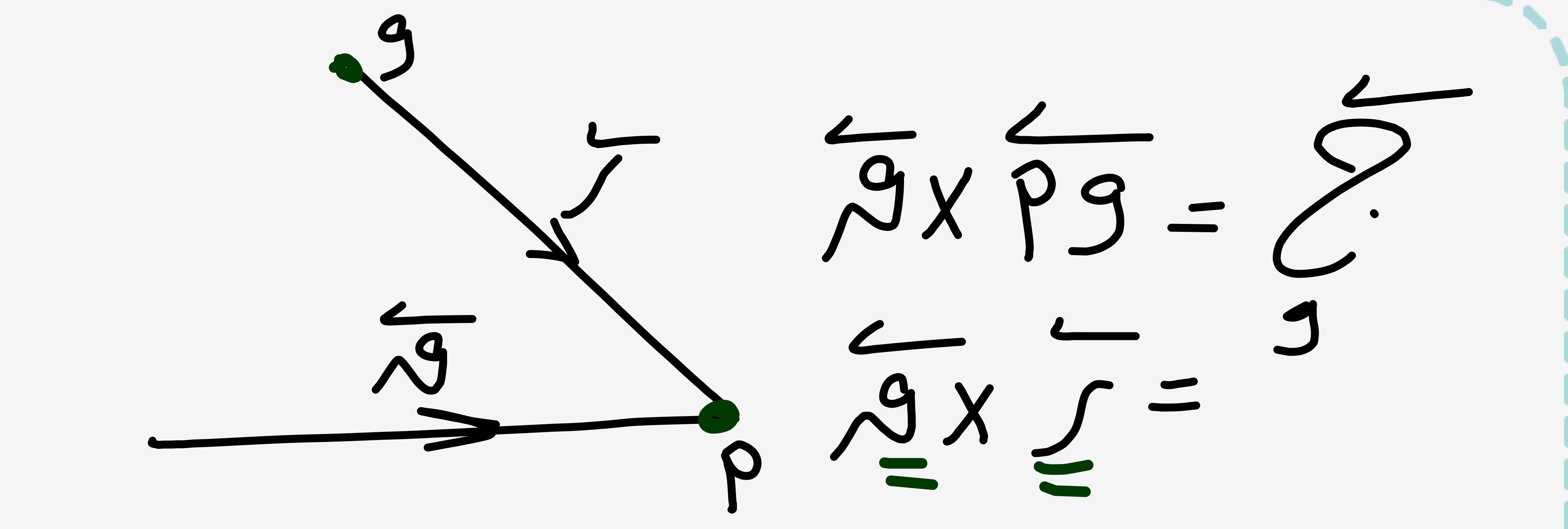


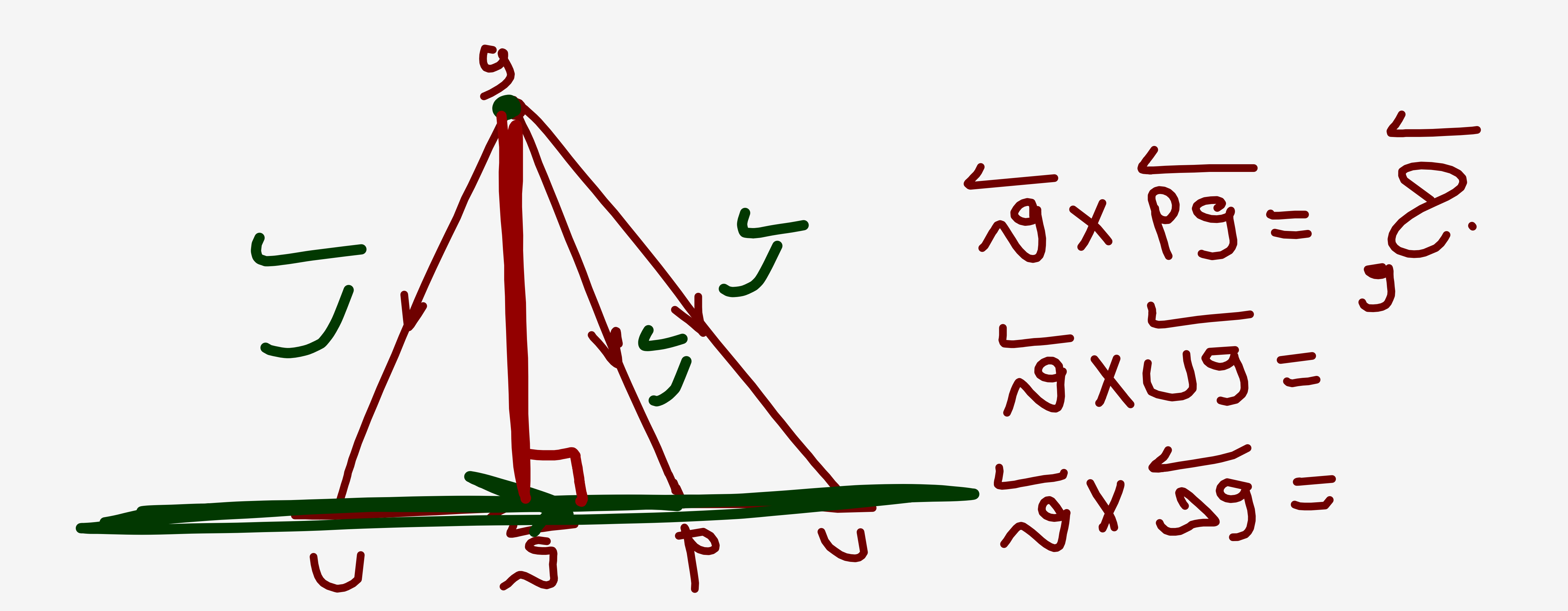
الجسم على وشك الانزلاق

م س = ظا(ى - هـ)

العزوم

طول العمود = $\frac{|\overrightarrow{ج_{و}}|}{\|\overrightarrow{ق}\|}$





ملاحظات

① عزم القوة بالنسبة لنقطة ثابتة لا يتوقف على نقطة تأثيرها

② $\vec{ق} = (ل ، م)$ وخط عملها يمر (س١، ص١)

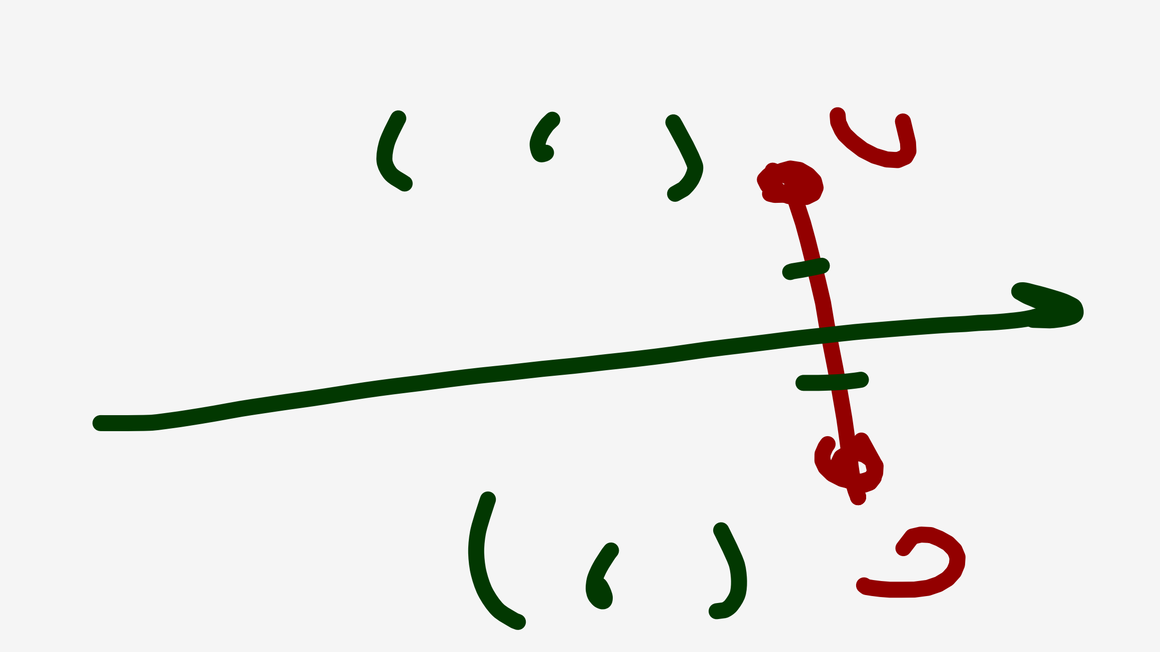
فإن معادلة خط عملها $\frac{ص - ص_1}{س - س_1} = \frac{م}{ل}$

③ ق توازي $\overleftrightarrow{أب}$ إذا كانت $\vec{ق} = ك \, \overrightarrow{أب}$

④ $\vec{ج_ب} = \vec{ج_د}$ فإن ق // ب د

⑤ $\vec{ج_ب} = -\vec{ج_د}$ فإن ق تنصف ب د

⑥ $\vec{ج_و} =$ صفر فإن خط عملها يمر بـ و



إذا كانت
ق = ل س - ٤٠ ص تؤثر
في أ(٥،٤) وكان جـ = ٣٠ ع
ب = (١٧، -٢) أوجد
① ل
② معادلة خط عمل ق

ق = $-\frac{١١}{٣}$ س - ٤٠ ص

م = $\frac{٤}{\frac{١١}{٣}}$ = $\frac{١٢}{١١}$

$\frac{ص - ٤}{س - ٥}$ = $\frac{١٢}{١١}$

(٥،٤) أ

ب (١٧، -٢)

ر = (١٢، -٦)

(ل، -٤) × (١٢، -٦) = ٣٠ ع

-٦ ل - ٨ = ٣٠ ع

٦ ل = ٨ - ٣٠

٦ ل = -٢٢

ل = $\frac{-٢٢}{٦}$ = $\frac{-١١}{٣}$

١١ ص - ٤٤ = ١٢ س - ٦٠

١١ ص - ١٢ س + ١٦ = ٠

$\overrightarrow{ق} = ١٢ \overrightarrow{س} + ل \overrightarrow{ص}$

$م = (-٥ ، ٣)$

خط عمل القوة ينصف $\overline{بج}$

حيث $ب = (١ ، ٢)$ ، $ج (١ ، ٩)$

قيمة ل =

$$\frac{ل}{١٢} = \frac{٣ - \frac{٧}{٢}}{-٥ - ١}$$

$$\frac{ل}{١٢} = \frac{-\frac{١}{٢}}{-٦}$$

$$\frac{ل}{١٢} = \frac{١}{١٢}$$

$$ل = ١$$

توثر القوة $\overleftarrow{ق} = ل\overleftarrow{س} + م\overleftarrow{ص}$

في النقطة م = (١ ، -٣) القياس الجبري لعزم هذه القوة بالنسبة للنقطة ن = (-٥ ، ٦) يساوي -٢١

وحده عزم و ينعدم عزمها بالنسبة للنقطة (٢ ، -٧) فإن $\overleftarrow{ق}$ تساوي ...

(أ) (١ ، -٤) (ب) (١ ، ٢ ، -٤)

(ج) (-١ ، ٤) (د) (-١ ، ٢ ، -٤)

(ل ، م) م

ن (٦ ، -٣)

(ل ، م) × (٦ ، -٣) = -٢١

٦م + ٣ل = -٢١

٢م + ل = -٧

(ل ، م) (١١ ، -٣)

ر = (-١١ ، ٤) (٢ ، -٧)

(ل ، م) × (-١١ ، ٤) = ٠

-م - ٤ل = ٠

م = -٤ل

-٨ل + ل = -٧

ل = ١

م = -٤

أثرت قوة $\overleftarrow{ق}$ في مستوى المثلث أ ب ج حيث النقطة أ = (٣، ٢) وكانت ب (١، -٤)، ج (-١، ٠) حيث كان $\overleftarrow{جـ أ} = \overleftarrow{جـ ب} = ٦٠ \overleftarrow{ع}$ ، $\overleftarrow{جـ م} = -٦٠ \overleftarrow{ع}$ فإن $\overleftarrow{ق}$ ......

(أ) (-١٢، -٣٦) (ب) (-١١، -٣٦)
(جـ) (-٥، ٢٠) (د) (-١٢، ٣٩)

ميل العمود = $\frac{١+٢}{١-٠} = \frac{٣}{١}$

ق = (ل، ٣ل)

(ل، ٣ل) × (-١، ٢) = ٦٠

-٢ل - ٣ل = ٦٠

-٥ل = ٦٠

ل = -١٢

ق = -١٢ $\overleftarrow{س}$ - ٣٦ $\overleftarrow{ص}$

إذا كان القياس الجبري لعزم قوة $\overrightarrow{ق}$ حول كل من النقطو (٠، ٠)، د (١، ٠)، هـ (٠، ٢) يساوي ٢٧، ١٨، $\frac{٨١}{٢}$ على الترتيب فإن $\overrightarrow{ق}$ تساوي .....

(أ) (٢٧، $\frac{٢٧}{٤}$-) (ب) (٢، $\frac{٢٧}{٤}$) (جـ) (٩، $\frac{٢٧}{٤}$) (د) ($\frac{٢٨}{٩}$، -٤)

ق (م، ل)

تمر (٠، ٣)

(٠، ٣) × (م، ل) = ٢٧

٣م = ٢٧

(م، ل) × (٠، ١١-٣) = ١٨

٣م - م = ١٨

م = ٢٧ - ١٨

م = ٩

٣ = م

(م، ل) × (٢-، ٣) = $\frac{٨١}{٢}$

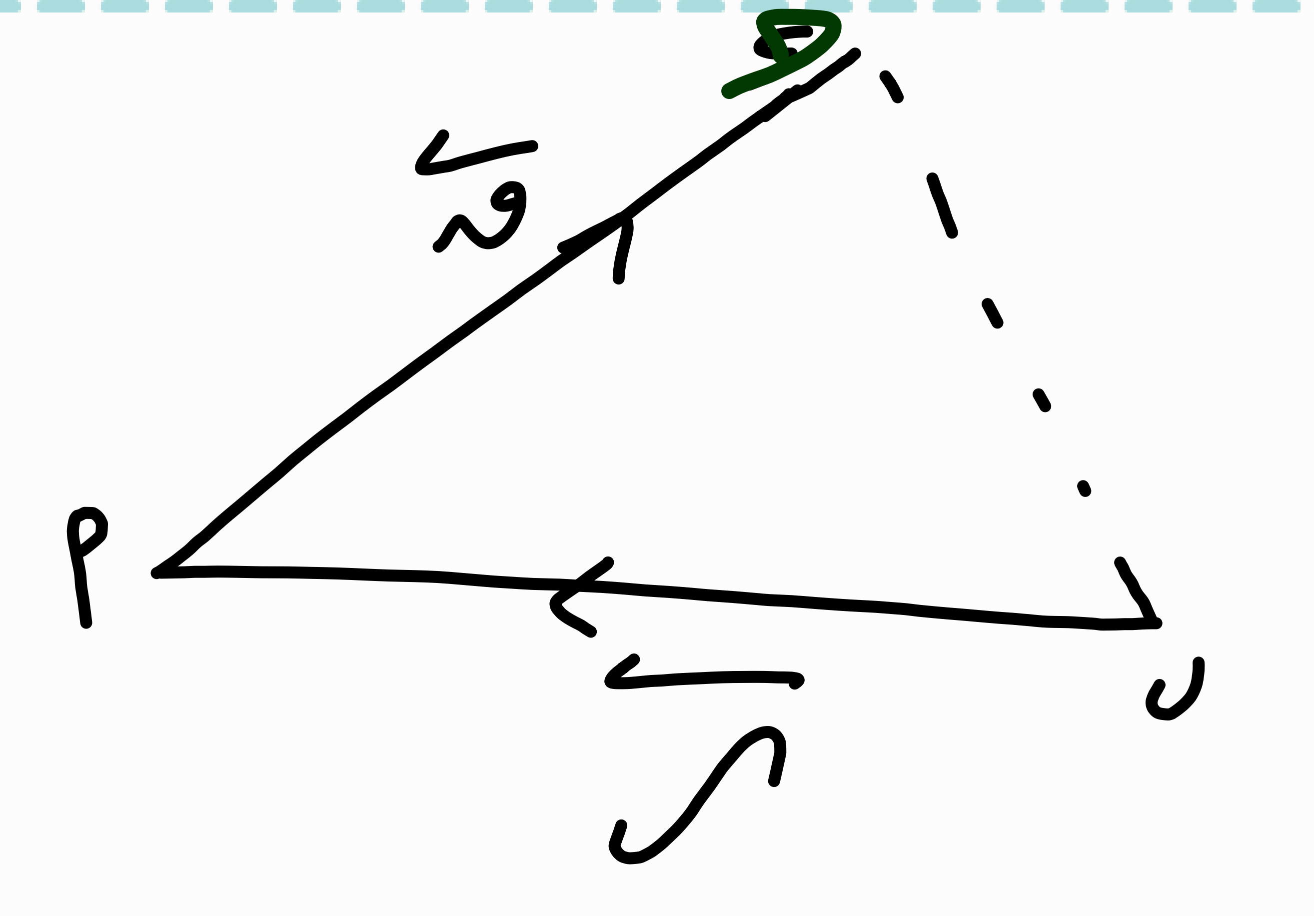
٣م + ٢ل = $\frac{٨١}{٢}$

٢ل = $\frac{٨١}{٢}$ - $\frac{٥٤}{٢}$

٢ل = $\frac{٢٧}{٢}$

ل = $\frac{٢٧}{٤}$

في الشكل المقابل $\overleftarrow{جـ}$ تمثل تمثيلا تاما بـ $\overleftarrow{مـ}$ فإن $\|\overleftarrow{جـ}\| = \ldots$



(أ) $\|\overleftarrow{ر}\| \times \|\overleftarrow{ق}\|$

(ب) $\|\overleftarrow{ر}\|^2 \times \|\overleftarrow{ق}\|$

(جـ) $\dfrac{\|\overleftarrow{ر}\|}{\|\overleftarrow{ق}\|}$

(د) $2 \times$ مساحة المثلث مـ



اذا كانت أ(١، ٥) ، ب(٣، ٧)،

ق قوة في مستويهما ، $\overline{ح}_{أ} = -\overline{ح}_{ب}$

فإن ق تمر بالنقطة ....

ق تمر بـ $\left(\frac{١+٣}{٢} ، \frac{٥+٧}{٢}\right)$

$= (٢ ، ٦)$

اذا كانت $\vec{ق}$ قوة في المستوى

تؤثر في النقطة أ (١ ، ٢) ،

$\vec{ح}_ب = \vec{ح}_م$ حيث ب (٣ ، −١)

، م (١ ، ٤) فإن معادلة خط

عمل $\vec{ق}$ هي

(أ) ٣ س − ٢ ص = ٧ (ب) س + ٣ ص = ١١

(ج) ٥ س + ٢ ص = ٩ (د) س + ٤ ص = ٧



$$\Delta م = \left| \frac{1}{2} \begin{vmatrix} ٣ & ٥ & ١ \\ ٦ & ٢ & ١ \\ ١ & ١ & ١ \end{vmatrix} \right|$$

$$= ٩$$

$$ع م = ٢ م \Delta = \underline{\underline{١٨}}$$

$$ع د = ٢ م \Delta = ١٨$$

م (٣،٥)

ب (٦،٢)

د (١،١)

ع م + ع ب + ع د = ...

ق = (٧، ٤) ومعادلة خط عمله ٤س -٧ص = ١٠

فإن عزمها بالنسبة للنقطة

ن(٣، ٤) هي ...

س = -١

-٤ - ٧ص = ١٠

-٧ص = ١٤

ص = -٢

(-١، -٢)

(-١، -٢)

(٣، ٤)

ر = (-٥، -١٠)

(٥-

أكمل

أ، ب، جـ، د، هـ ∈ المستقيم ل

كان خط عمل ق // المستقيم ل وكان

٣ جـهـ + ٤ جـد + ٢ جـي = ٥٤ نيوتن.م

فإن ٢ جـم − جـهـ + ٥ جـب = ...

جـم = جـب = جـد = جـي = جـهـ = م

٣م + ٤م + ٢م = ٥٤

٩م = ٥٤

م = ٦

١٢ − ٦ + ٣٠ = **٣٦ نيوتن.م**

العزم فى نظام ثلاثى البعد

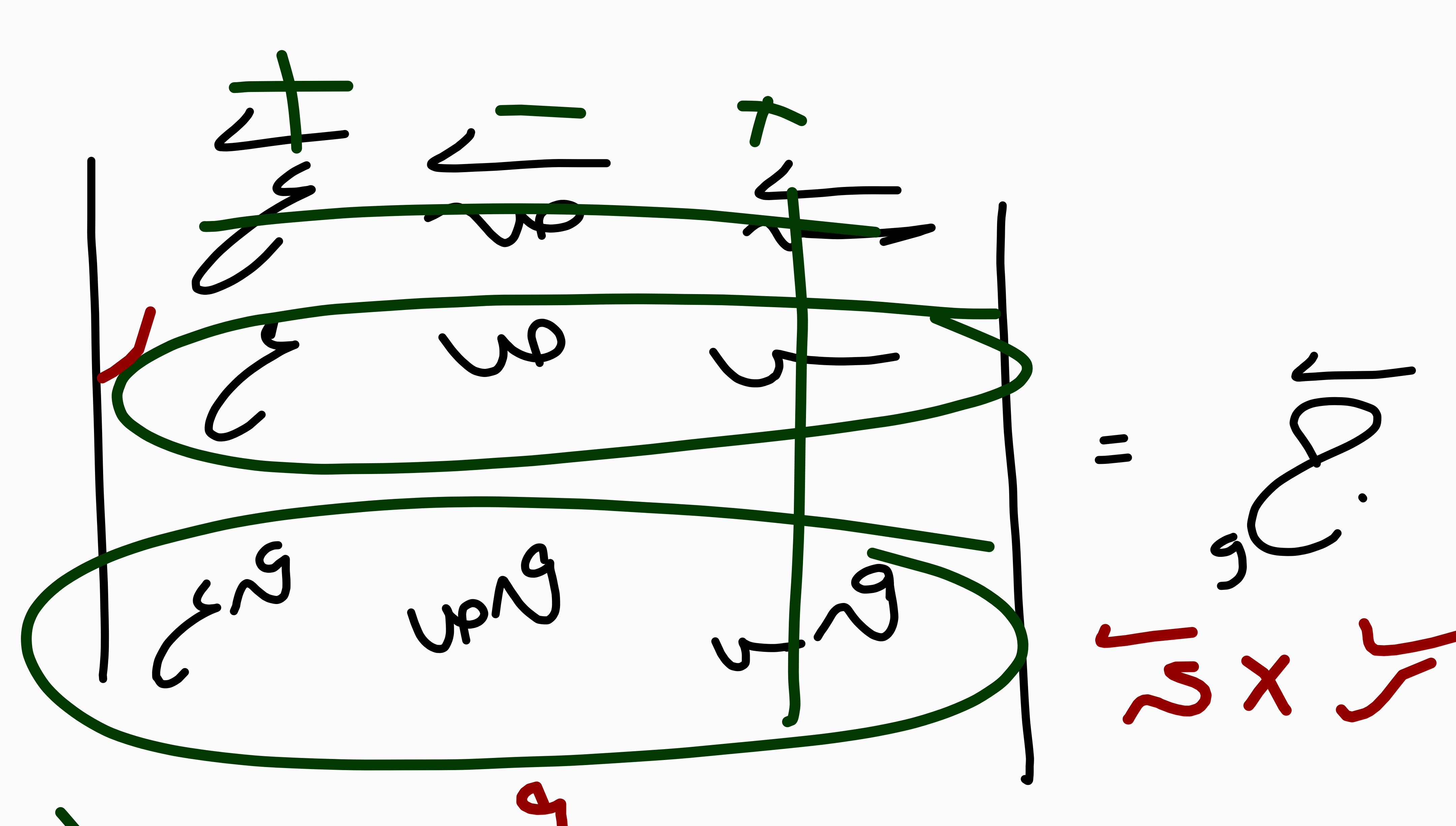


المركبة في إتجاه محور س

عزم ق حول محور س = ص قع - ع قص

" " " " ص = ع قس - س قع

" " " " ع = س قص - ص قس



- (س قع - ع قس)

ع قس - س قع

ق = ل س + م ص - ٢ ع

تؤثر في م ، ر = (٣، ١، ١)

مركبة عزمها حول س ، ص ، ع هما -١ ، -١ ، -٨

على الترتيب فإن ل + م = -١ - ١٤

= -١٥

ع	ص	س
١	١	٣
-٢	م	ل

-٢ - م = -١

م = -١

+ (-٦ - ل) = +٨

-٦ - ل = ٨

ل = -١٤

ق = (٣ ، ل ، ٤) تؤثر في
م (١ ، ٠ ، -١) عزم القوة بالنسبة
للنقطة ب (٢ ، -١ ، ٣) يساوي
-٤ س - ٨ ص - ع أوجد ل

ر = (-١ ، ١ ، -٤)

س	ص	ع
-١	١	-٤
٣	ل	٤

س (٤ + ٤ل) - ص (-٤ + ١٢) + ع (-ل - ٣)

-٤ = ٤ + ٤ل
ل = -٢

-١ = -ل - ٣
٢ = -ل
ل = -٢

أثرت القوى $\vec{ق}$ في نقطة الأصل والتي تصنع مع محاور الإحداثيات ٦٠°، ١٢٠°، ٩٠° ، ||$\vec{ق}$|| = ١٢ نيوتن كانت م(٢، -١، ٣) فإن عزمها بالنسبة للنقطة م هو ...

$\vec{ى}$ = (١٢ جتا ٦٠، ١٢ جتا ١٢٠، ١٢ جتا ٩٠)

= ($\frac{١}{٢}$ ، $-\frac{١}{٢}$ ، ٠)

$\vec{ق}$ = (٦، -٦، ٠)

$\vec{ر}$ = (١٠، ١، ٠) - (٢، -١، ٣)

= (-٢، ١، -٣)

$$\vec{ج}_م = \begin{vmatrix} \vec{س} & \vec{ص} & \vec{ع} \\ -٢ & ١ & -٣ \\ ٦ & -٦ & ٠ \end{vmatrix}$$

$\vec{ج}_م$ = -١٨ $\vec{س}$ - ١٨ $\vec{ص}$ + ٦ $\vec{ع}$

أ ب جـ د معين طول ضلعه ١٢ سم

و ق($\hat{أ}$) = ٦٠° وأثرت قوى مقاديرها

٦ ، ٥ ، ٧ نيوتن في

اتجاهات $\overrightarrow{بأ}$ ، $\overrightarrow{بجـ}$ ، $\overrightarrow{دب}$ على

الترتيب فإن مجموع عزوم القوى

بالنسبة لنقطة أ = ...

جـأ = - ٥ × ١٢ × $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ + ٧ × ١٢ × $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

= - ٣٠$\sqrt{٣}$ + ٤٢$\sqrt{٣}$ = ١٢$\sqrt{٣}$ نيوتن.سم



أ ب جـ د هـ و سداسي منتظم أثرت قوى مقاديرها ٨٠، ٦٠، ق، ٤٠ ث جم

في $\overrightarrow{أب}$ ، $\overrightarrow{بجـ}$ ، $\overrightarrow{جـد}$ ، $\overrightarrow{دهـ}$

إنعدم مجموع العزوم حول الرأس (أ)

فإن ق = ... ث جم

$$ح_أ = -٦٠ \times \frac{\sqrt{٣}}{٢} ل - ق \sqrt{٣} ل + ٤٠ \sqrt{٣} ل = ٠$$

$$-٣٠ - ق + ٤٠ = ٠$$

ق = ١٠

القوة ق تؤثر في مستوى س ص

ق = . . .

$ق\ جتا\ \theta = \frac{٨٤}{٣}$

$٣ \times ق\ جتا\ \theta = ٨٤$

$٤ \times ق\ جا\ \theta + ٣ \times ق\ جتا\ \theta = -١٠٠$

$٤ \times ق\ جا\ \theta + ٨٤ = -١٠٠$

$٤\ ق\ جا\ \theta = -١٨٤$

$ق\ جا\ \theta = \frac{-١٨٤}{٤}$

$ظا\ \theta = \frac{\frac{-١٨٤}{٤}}{\frac{٨٤}{٣}}$

ا ، و ، ب ، ٤ متر ، ٣ متر ، ق ، ق جتا θ ، ق جا θ ، θ

ج م = -١٠٠ نيوتن . متر ، ج ي = . نيوتن . متر

ج و = ٨٤ نيوتن . متر

أوجد θ التي تجعل عزم ق حول (م)

أقل ما يمكن

$\cdot \leqslant \theta \leqslant 180$

ح م = ٠

٠ = ٣ × ٤٠ جا θ − ٢ × ٤٠ جتا θ −

− ٢ جتا θ = ٣ جا θ

ظا θ = $-\frac{2}{3}$

١٤٦°   ١٩

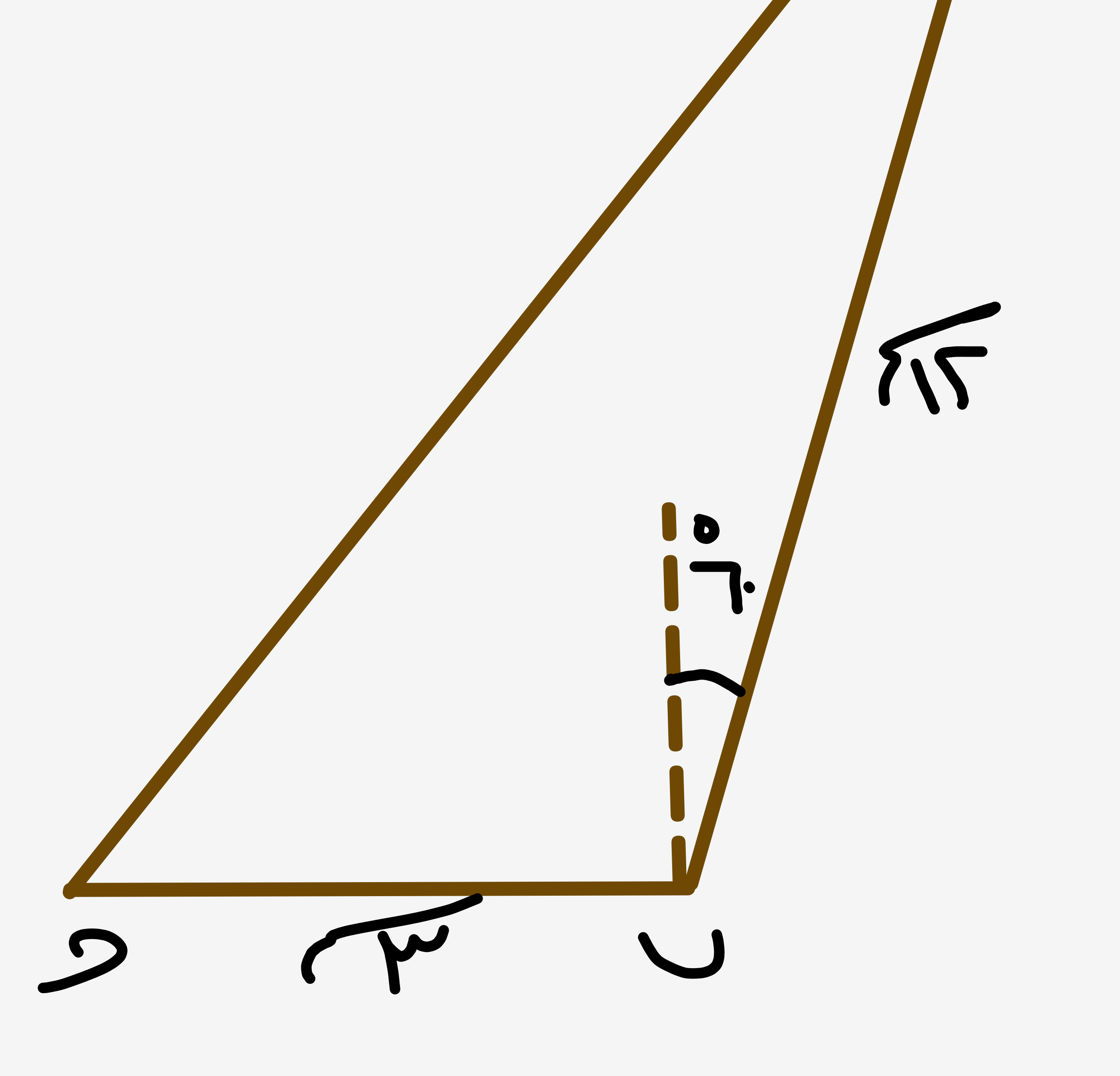
$ه^2 = (١٢)^2 + ٣^2 - ٢ \times ١٢ \times ٣ \times$ جتا١٥٠

ن ≃ ١٤,٧

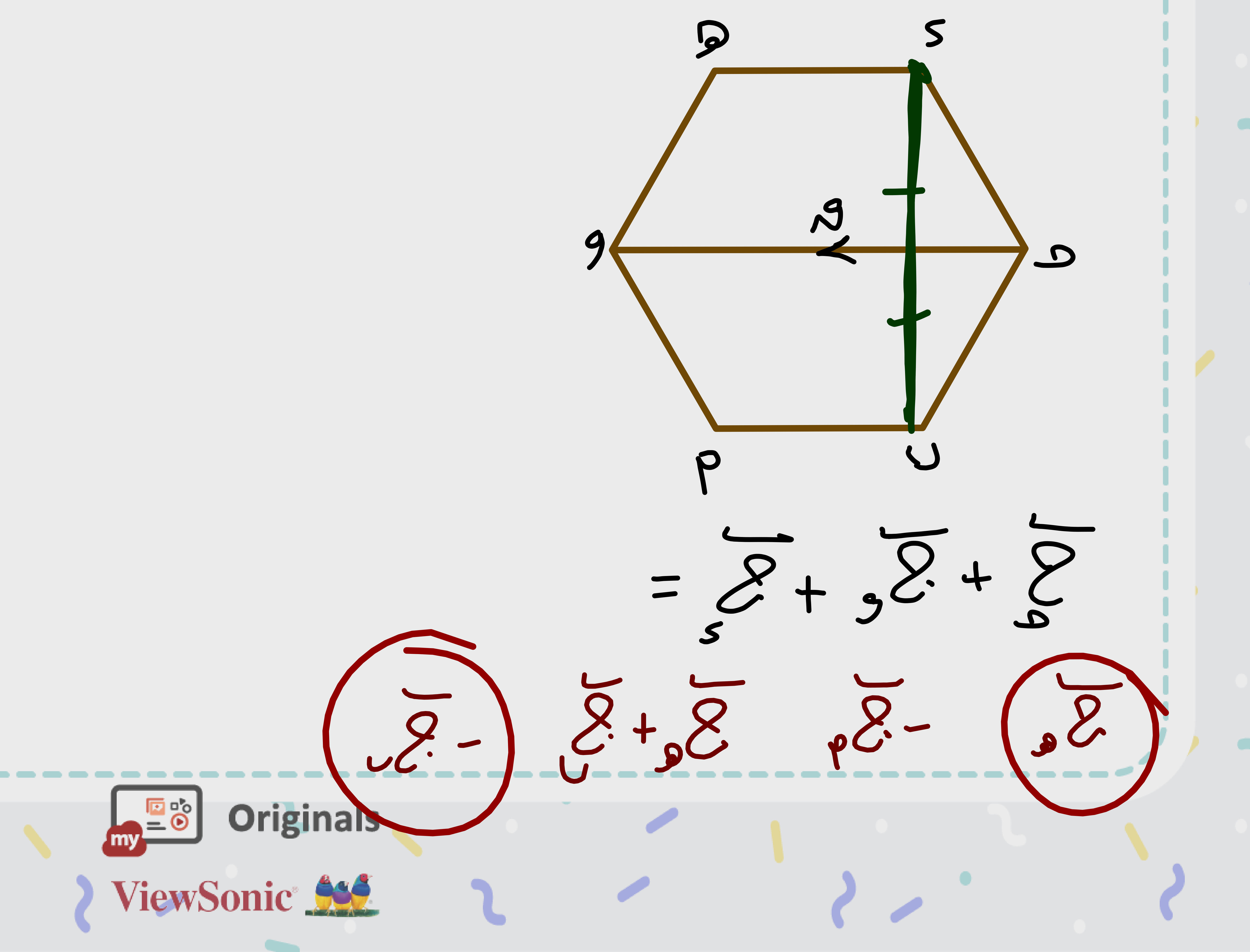
جـ. = ٧٣٣ = ق × ١٤,٧

$$ق = \frac{٧٣٣}{١٤,٧}$$

≃ ٥٠



جـ = ٧٣٣ فإن ق = ... نيوتن


Originals
ViewSonic

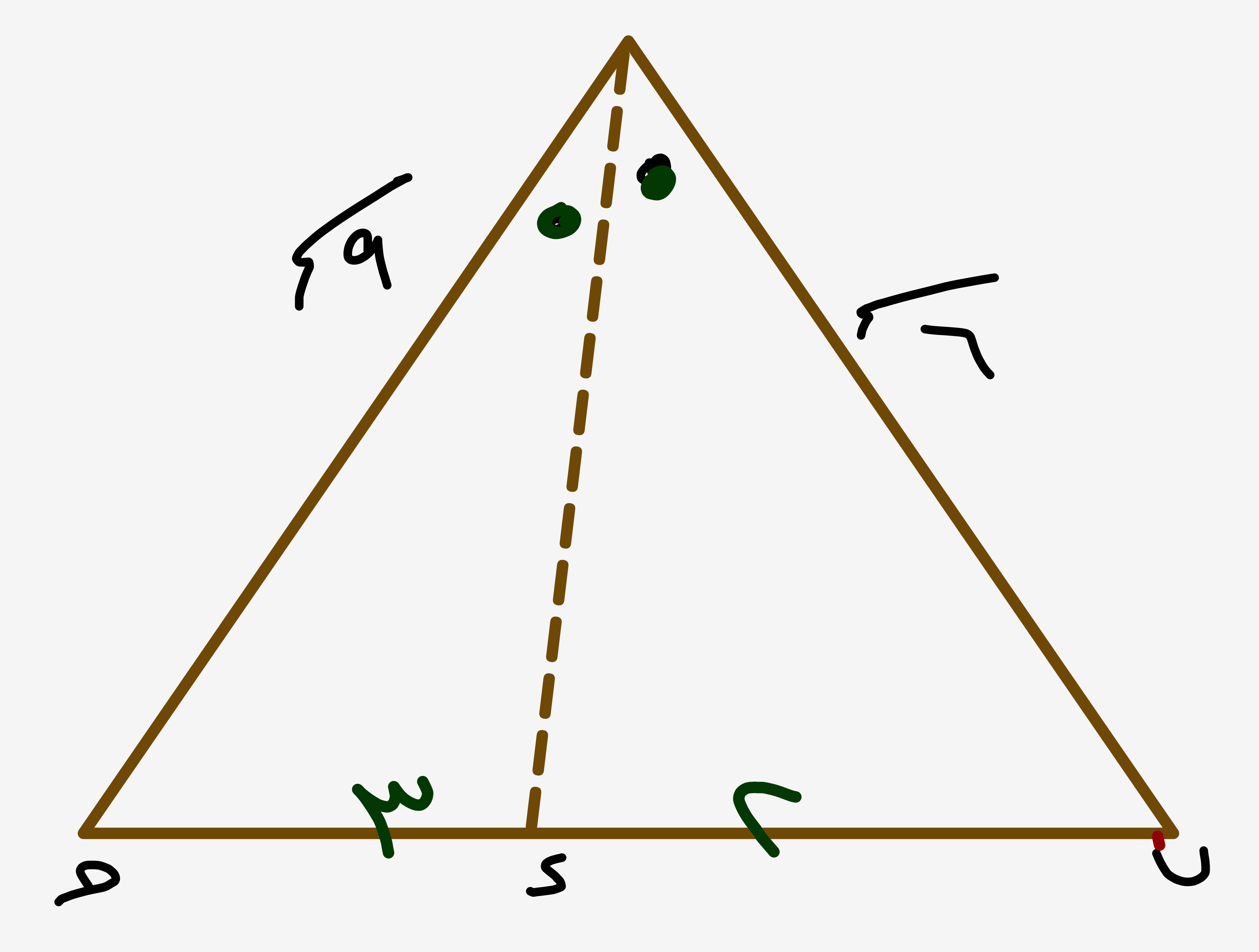
مثال تؤثرني مستوى ٥

٢/٣ = ٦/٩

ج ء ٥ = ج م ٢ + ج ب ٣

ج ء ٥ = ٢٠ + ٣٦

ج ء = ٥٦/٥



ج ب = ١٢

ج م = ١٠

ج ء = ...

$جم = -٢٠٠٠ \, جا(٣٠-\theta) \times ١٠٠\sqrt{٣}$

$- ٢٠٠٠ \, جتا(٣٠-\theta) \times ٢٤٠$

$جم = -٢٠٠٠٠٠\sqrt{٣} \, جا(٣٠-\theta) - ٤٨٠٠٠٠ \, جتا(٣٠-\theta)$

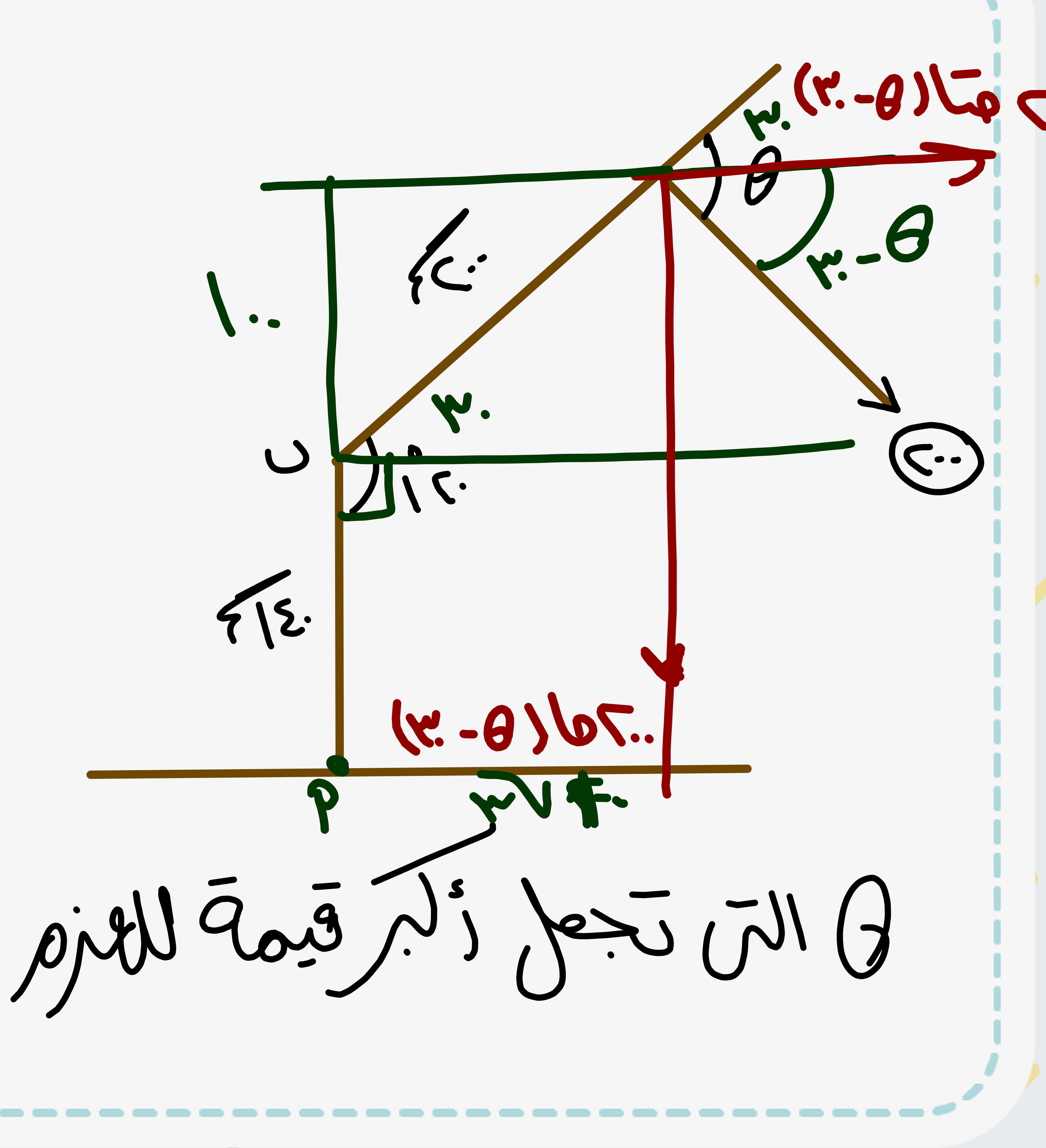
$٠ = -٢٠٠٠٠٠\sqrt{٣} \, جتا(٣٠-\theta) + ٤٨٠٠٠٠ \, جا(٣٠-\theta)$

$٢٠\sqrt{٣} \, جتا(٣٠-\theta) = ٤٨ \, جا(٣٠-\theta)$

$ظا(٣٠-\theta) = \frac{٢٠\sqrt{٣}}{٤٨}$

$٣٠-\theta = ٣٥° \, ٤٩'$

$\theta = -٥° \, ٤٩'$



(٣-، ١٢، ٤) = م ب→

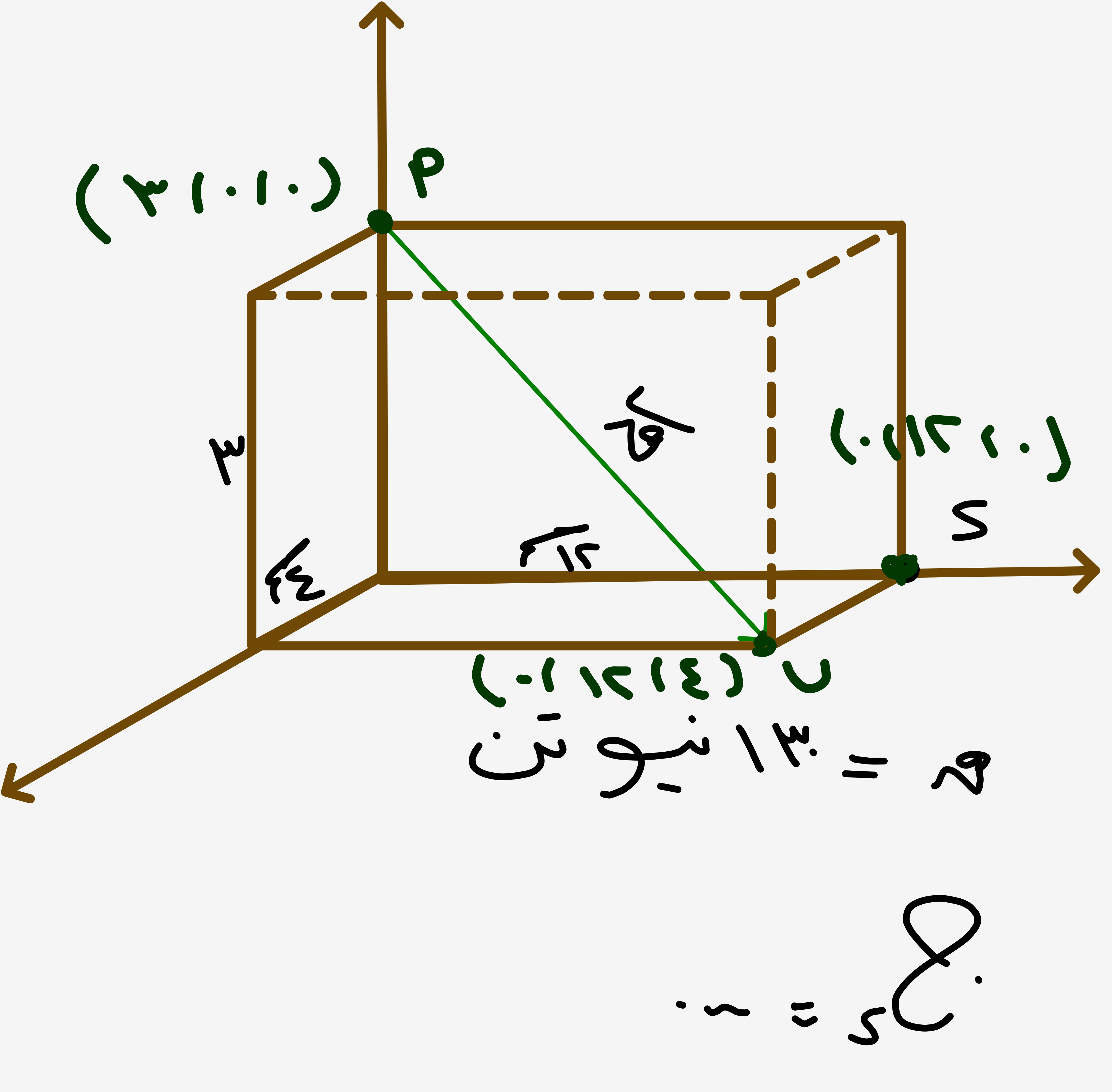
ق→ = (٣-، ١٢، ٤) / √(٩ + ١٤٤ + ١٦) × ١٣٠

ق→ = ٣٠- ع→ + ١٢٠ ص→ + ٤٠ س→

ر→ = (٣، ١٢-، ٠)

ع→	ص→	س→
٣	١٢-	٠
٣٠-	١٢٠	٤٠

= ع_د



ق = ١٣٠ نيوتن

ع_د = ...

ع

١٩

ج٩

ع٨

م

ع٥

ع١٢

= م ع



ق = ٢ س + ٣ ص

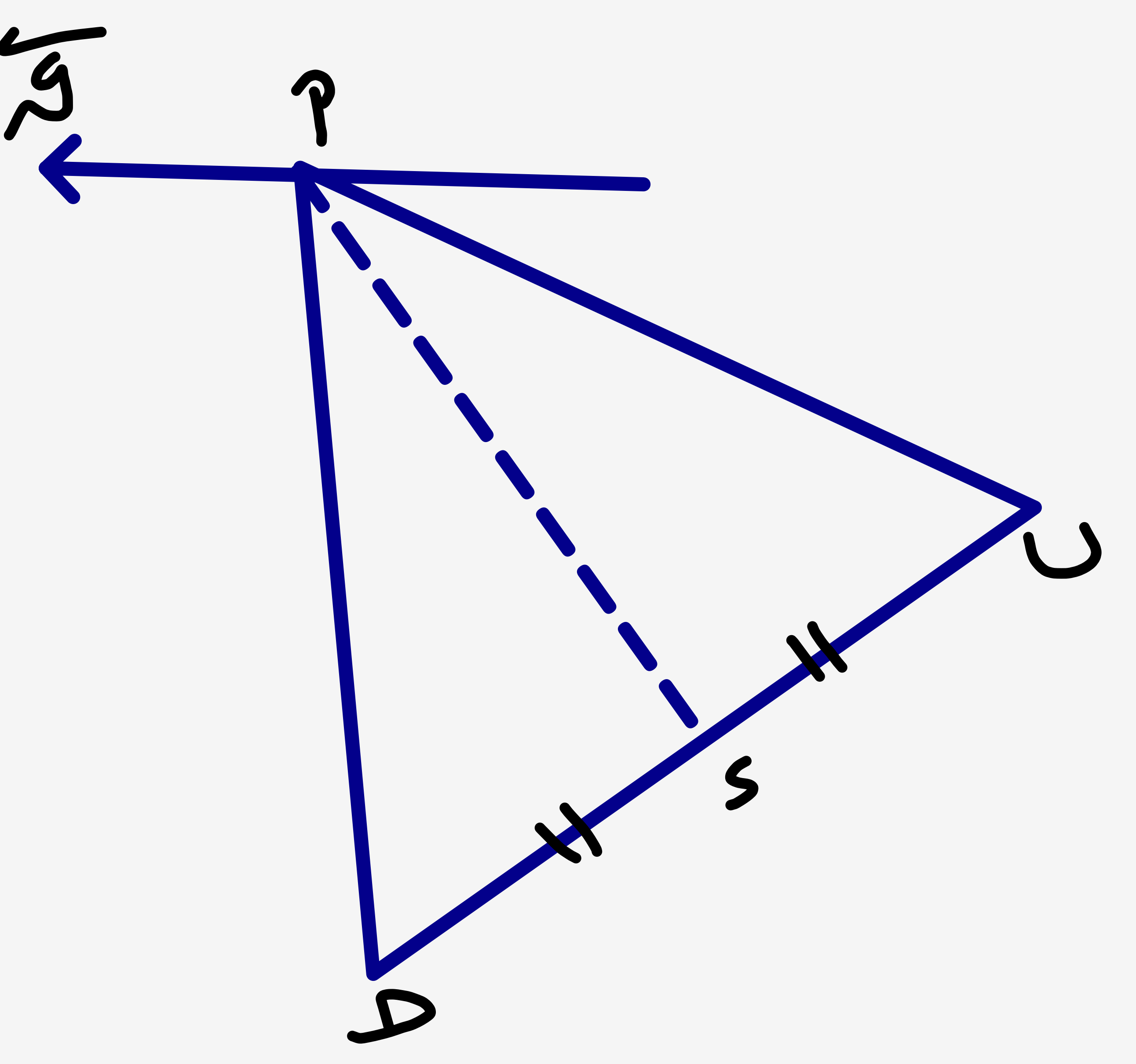
ن = ٤ س + ٦ ص

جـم = (ل + ٤) ع

جـن = (٤ ل) ع

ل = ——





جـب = ٨ نيوتن.م

جـهـ = ١٢ نيوتن.م

جـد = ــــ

م ن ء ى متوازى أضلاع

تقاطع قطريه فى م ، ق

قوه فى مستوى متوازى

بحيث $ج_م = ج_ن$

فإن

خط عمل ق يجب أن يمر بـ م

$ج_م = \frac{1}{2}(ج_م + ج_ى)$

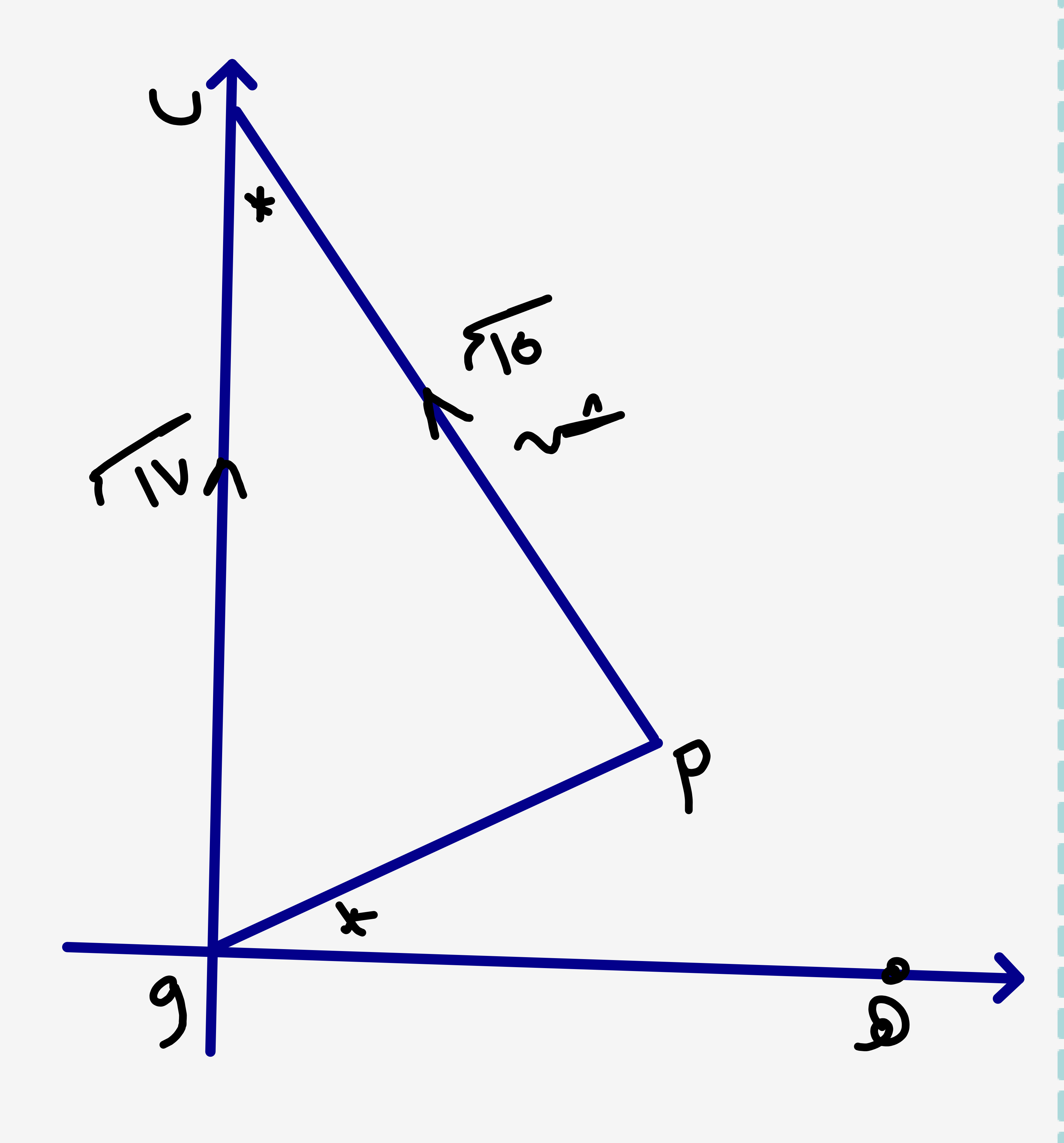
$ج_و - ج_ء = ٠$

خط عمل ق ينصف م ن

ب‌ح = ل ثابت

$\overline{بم}$ ، $\overline{مح}$ يتغير بتغير θ

أكبر عزم لـ ق حول ب يكون θ = ...



عزم ش حول و = ...





my
Originals
ViewSonic